

Anastácio Vitanculos
Rogerio Cossa

F11

Física 11.ª Classe




Texto Editores

Programa Actualizado

Anastácio Vilanculos
Rogério Cossa

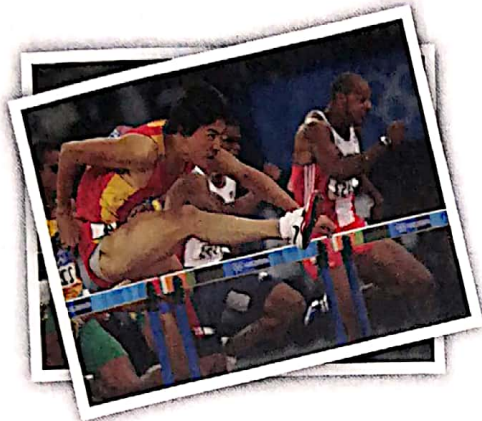


Física 11.^a Classe



Texto Editores

Unidade 1: Mecânica



Mecânica.....	8
Cinemática	8
Definições e conceitos.....	8
Movimento Rectilíneo Uniforme (MRU).....	13
Movimento Rectilíneo Uniformemente Variado (MRUV).....	15
Movimento uniformemente variado	18
Queda livre dos corpos.....	18
Lançamento de projecteis.....	19
Movimento circular uniforme	27
Exercícios propostos	29
Estática	31
Composição e decomposição de forças.....	31
Forças da Natureza.....	33
Condição de equilíbrio de translação	35
Condição de equilíbrio de rotação.....	36
Regra dos sinais do momento (convenção de sinais) ...	38
Regra dos sinais das forças.....	39
Exercícios propostos	40
Dinâmica.....	41
1.ª Lei de Newton ou Princípio de Inércia.....	41
2.ª Lei de Newton ou	
Princípio de Fundamental da Dinâmica.....	41
3.ª Lei de Newton ou Princípio de Acção e Reacção.....	42
Forças no movimento circular	43
Exercícios propostos	46

Unidade 2: Trabalho, Choques e Energia



Trabalho e Energia.....	50
Aplicações da equação do Trabalho.....	50
Energia Mecânica	52
Lei da Conservação da Energia Mecânica	52
Impulso e Quantidade de Movimento	53
Lei da Conservação do Momento Linear	54
Choques ou Colisões.....	54
Exercícios propostos	56

Unidade 3: Electrostática

Carga e Lei ou Princípio da Conservação da Carga	60
Lei de Coulomb	60
Campo Eléctrico	64
Protecção electrostática (Gaiola de Faraday).....	67
Exercícios propostos	68
Energia potencial gravitacional e eléctrica	72
Potencial electrostático	73
Campo eléctrico uniforme.....	73
Trabalho electrostático	74
Linhas equipotenciais	74
Exercícios propostos	75



Unidade 4: Corrente Eléctrica e Electromagnetismo

Corrente eléctrica contínua	80
Intensidade e densidade da corrente eléctrica	80
Resistividade e Resistência de um condutor	82
Lei de Ohm. Funções características de condutores.....	83
Associação de resistências	84
Associação em série.....	84
Associação em paralelo.....	86
Circuito eléctrico	88
Energia e Potência da corrente eléctrica. Lei de Joule ...	88
Força electromotriz (<i>f.e.m.</i>).....	90
Força contraelectromotriz (<i>f.c.e.m.</i>).....	90
Leis de Kirchhoff.....	91
1.ª Lei de Kirchhoff (Lei dos Nodos)	91
2.ª Lei de Kirchhoff (Lei das Malhas).....	91
Princípio de sobreposição das correntes eléctricas	93
Equações dos circuitos eléctricos	94
Resumo – Corrente eléctrica contínua.....	95
Exercícios propostos	98
Electromagnetismo.....	103
Magnetismo	103
Experiência de Oersted	104
Força sobre uma corrente no seio de um campo magnético – Força de Ampère	106
Força sobre uma partícula carregada, em movimento, no seio de um campo magnético uniforme – Força de Lorentz	108
Cálculo de campos magnéticos	109
Lei de Biot-Savart	109
Interacção entre correntes	112



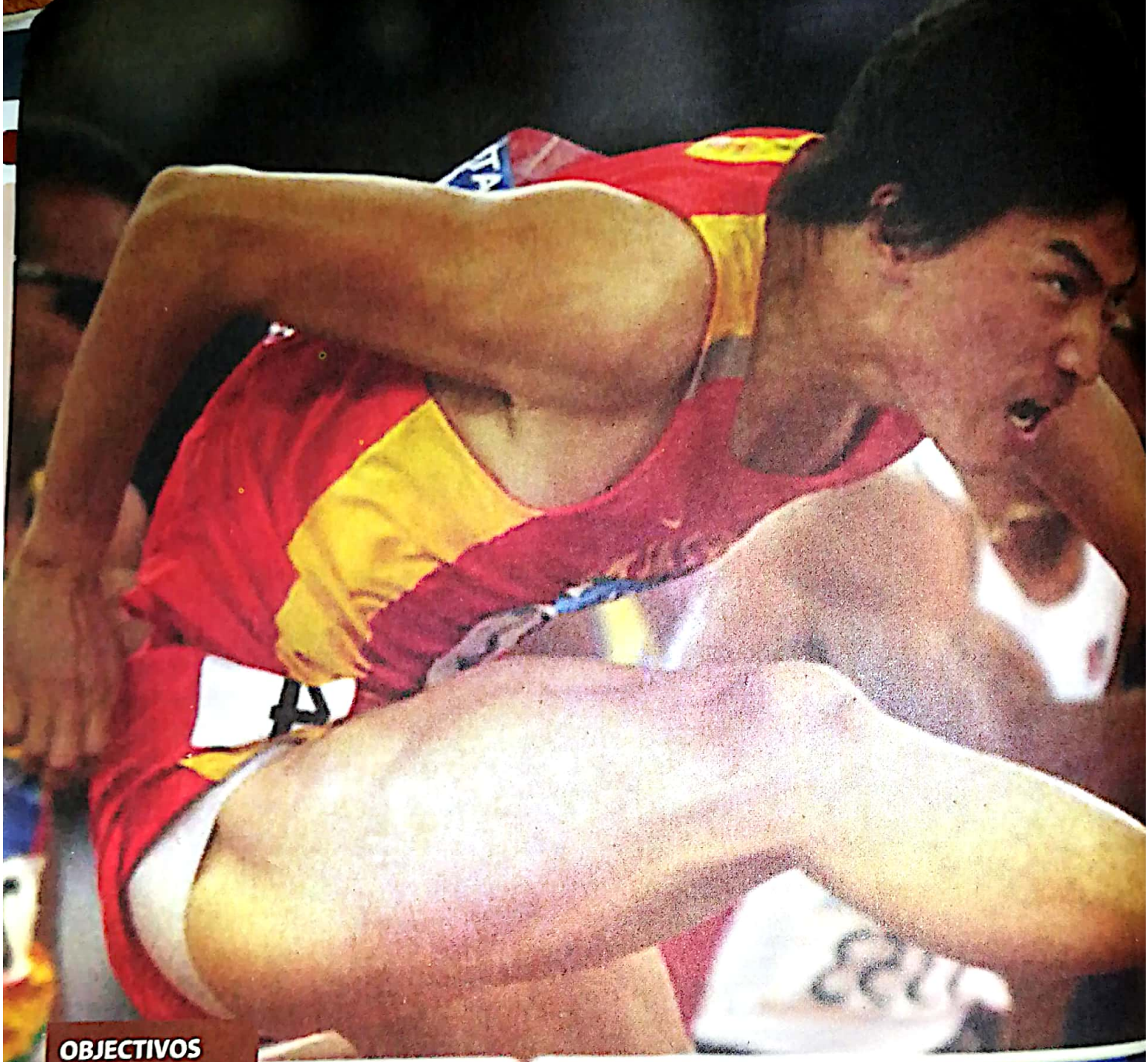


Teoria do magnetismo e campo magnético terrestre	113
Declinação e inclinação magnética	114
Ímanes permanentes e electroímanes.....	115
Aplicações dos ímanes e electroímanes.....	115
Fluxo magnético	116
Trabalho electromagnético.....	116
Indução electromagnética	116
Lei de Lenz.....	117
Lei de Faraday	118
Auto-indução	118
Indução mútua	118
Resumo – Electromagnetismo.....	119
Exercícios propostos	120

Anexos.....	127
--------------------	------------

Soluções	130
-----------------------	------------

Bibliografia.....	136
--------------------------	------------



OBJECTIVOS

O aluno deve ser capaz de:

- Aplicar as leis do MRU na resolução de exercícios concretos.
- Interpretar os gráficos da velocidade e da posição em função do tempo.
- Aplicar as leis do MRUV na resolução de exercícios concretos.
- Interpretar os gráficos da aceleração, da velocidade e da posição em função do tempo.
- Resolver exercícios concretos relacionados com a queda livre e o lançamento vertical dos corpos.
- Deduzir as expressões do movimento circular em analogia ao movimento rectilíneo.
- Aplicar a condição de equilíbrio de rotação na resolução de exercícios concretos.
- Aplicar as leis de Newton na resolução de exercícios concretos.
- Aplicar a força centrípeta na resolução de exercícios concretos.

UNIDADE

1

CONTEÚDOS

- Equação e gráficos do Movimento Retilíneo Uniforme (MRU).
- Equações e gráficos do Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV).
- Queda livre dos graves e lançamento vertical.
- Estudo comparativo do movimento circular.
- Condição de equilíbrio de rotação e translação.
- Leis de Newton.
- Forças no movimento circular.

Mecânica

Desde os tempos mais antigos, o Homem tem-se preocupado em explicar os fenómenos que a Natureza coloca diante dele. O movimento dos corpos foi alvo das primeiras atenções. Como tal, podemos considerar a Mecânica como a mais antiga das partes da Física.

A Mecânica é o ramo da Física que estuda os fenómenos relacionados com o movimento dos corpos. As suas leis relacionam as condições impostas pelas massas dos corpos e pelos agentes causadores do movimento.

Por conveniência didáctica, a Mecânica é dividida em três partes:

- **Cinemática**, que estuda o movimento dos corpos sem se preocupar com as suas causas.
- **Estática**, que estuda as forças e suas condições de equilíbrio nos corpos sólidos e fluidos (líquidos e gases).
- **Dinâmica**, que estuda a relação entre a força e o movimento dos corpos.

Cinemática

Vamos iniciar o estudo da cinemática, começando por definir algumas grandezas físicas importantes que nos permitirão analisar o movimento dos corpos.

Definições e conceitos

Ponto material

O ponto material é um modelo idealizado, cuja finalidade é de representar qualquer corpo, independentemente das suas dimensões.

Assim, por exemplo, o movimento da Terra em torno do Sol, o movimento da queda de uma pedra, etc., podem ser descritos como movimentos de um **ponto material** (PM). Por isso, a localização destes corpos no espaço pode ser feita através de um só ponto.

Nota:

- O PM tem dimensões desprezíveis em relação às distâncias que percorre, mas possui massa.
- O termo PM costuma ser substituído por **móvel** ou **partícula**.

Repouso e movimento – referencial

Observando atentamente a figura 1.1, verificamos que quando o carro se afasta da árvore X, a distância entre o carro e a árvore aumenta.

Sempre que nos aproximamos ou nos afastamos de qualquer corpo que nos rodeia, consideramos que estamos em movimento. Caso contrário, estamos em repouso. Portanto, nós só podemos estar em movimento ou em repouso em relação a outros corpos que nos rodeiam. Por isso que se diz que **o movimento é relativo**.

Ao corpo em relação ao qual estamos em movimento ou em repouso, dá-se o nome de **corpo de referência**. Assim,

Um corpo está em movimento quando a sua distância em relação ao corpo de referência varia (aumenta ou diminui).

Um corpo está em repouso quando a sua distância em relação ao corpo de referência se mantém, isto é, não varia.



Fig.1.1 Repouso e movimento.

Normalmente dizemos que um carro está em movimento quando ele se aproxima ou se afasta de nós.

Mas também dizemos que nós próprios estamos em movimento quando nos aproximamos ou nos afastamos dos corpos que nos rodeiam. Porém, se os corpos que nos rodeiam não se afastam de nós, consideramos que esses corpos estão parados, ou seja, em repouso.

Trajectória

A figura 1.2 mostra um carro movendo-se numa estrada de areia.

As marcas deixadas pelo carro durante o seu movimento e que representam o caminho percorrido pelo carro em relação às árvores é denominada trajectória.



Fig.1.2 Trajectória.

A trajectória é a linha imaginária descrita por um corpo durante o seu movimento.

De acordo com a trajectória, os movimentos recebem os seguintes nomes:

- Movimento rectilíneo, quando a sua trajectória é uma linha recta.
- Movimento curvilíneo, quando a sua trajectória é uma linha curva.

Espaço

O espaço S , percorrido por um PM , num dado intervalo de tempo, é definido pelo comprimento do arco AB – ou seja, a distância percorrida pelo PM de «A» até «B», (figura 1.3).

Por isso,



Fig.1.3 Espaço percorrido por um corpo.

O espaço « S », é a distância percorrida por um PM num dado percurso.

Nota:

- O espaço percorrido por um corpo é sempre positivo. Poderá, eventualmente, ser nulo se o corpo não se movimentar.

Posição

Para se definir a posição x ou y de um PM , num dado instante, conhecida a trajectória descrita por este, é necessário escolher, arbitrariamente, uma posição fixa de referência – origem O –, uma recta graduada, que constitui o referencial, e o sentido positivo da trajectória, através de uma seta na extremidade da recta, (figura 1.4).

Por isso,

A posição é o lugar onde o corpo se encontra sobre um dado referencial, em relação à origem.

Como vê, a partir da figura 1.4, o ponto A corresponde à coordenada de uma posição x_1 em relação à origem O e o ponto B corresponde a uma coordenada da posição x_2 .

Se considerarmos, por exemplo, o movimento do PM, apenas de A para B, x_1 é designado por posição inicial e x_2 é a posição final do PM.

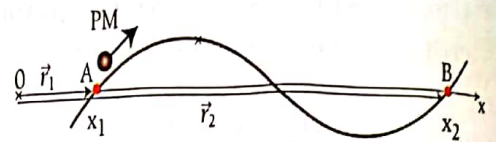


Fig.1.4 Posição de um corpo.

Notas:

- A posição de um corpo pode ser positiva, negativa ou nula.
- A posição é uma grandeza vectorial, pois depende da direcção, sentido e módulo (intensidade). Como tal, representa-se por \vec{r} . O vector posição é o vector que une a origem do referencial com a respectiva posição. Assim \vec{r}_1 – vector – posição inicial
 \vec{r}_2 – vector – posição final

Deslocamento

Um corpo em movimento sofre uma variação de posição em relação a um determinado referencial. Assim, o deslocamento Δx sofrido por um corpo, é dado pela diferença entre a sua posição final x_2 e sua posição inicial x_1 (figura 1.4). Por isso, a sua intensidade é dada pela expressão:

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

onde:

Δx é o deslocamento escalar que, conforme o seu sinal algébrico, informa-nos sobre o sentido do movimento do corpo.

Notas:

- O deslocamento pode ser positivo se $x_2 > x_1$ (movimento progressivo, ou seja, no mesmo sentido que o do referencial escolhido), negativo se $x_2 < x_1$ (movimento regressivo, ou seja, em sentido contrário ao do referencial escolhido) ou nulo se $x_2 = x_1$ (o corpo vai e volta à posição inicial ou não se movimenta).
- O deslocamento é também uma grandeza vectorial, $\Delta \vec{r}$ e é definida pela expressão $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$. Para o seu cálculo, aplicam-se as regras do cálculo vectorial, conhecidas da matemática.

Velocidade média, v_m e rapidez média, c_m

Com base no espaço, na posição e no deslocamento, podemos definir outras grandezas físicas que são a velocidade média e a velocidade escalar média. Por isso,

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{\Delta t} \quad \text{Para o cálculo da intensidade de } \vec{v}_m: \quad v_m = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad \text{ou} \quad v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

A velocidade média, é o quociente entre o deslocamento sofrido por um corpo e o tempo gasto nesse deslocamento.

O vector velocidade \vec{v}_m tem as seguintes características:

- Aplicado na partícula.
- Direcção e sentido $\Delta \vec{r}$.
- Módulo dado pela expressão $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

No caso de se dividir o movimento do corpo em vários percursos na mesma direcção, ($\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$), a velocidade média pode ser calculada pela expressão:

$$v_m = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots + \Delta t_n}$$

A velocidade escalar média num certo intervalo de tempo é o quociente entre o deslocamento escalar e o intervalo de tempo,

$$v_{em} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

A rapidez média é o quociente entre o espaço total « S_t » percorrido pelo corpo e o tempo gasto a percorrer esse mesmo espaço,

$$c_m = \frac{S_t}{\Delta t}$$

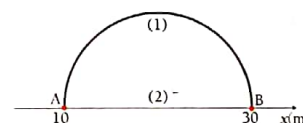
Nota:

A rapidez média é uma grandeza escalar que não nos informa sobre a direcção e o sentido do movimento, ou seja, não caracteriza completamente o movimento.



Exercício resolvido

1. A figura mostra um PM que se move de A para B, podendo usar o caminho (1), trajectória curvilínea ou o caminho (2), trajectória rectilínea. O comprimento do arco AB é de 31,4 m.



- Calcule o espaço percorrido e o deslocamento sofrido pelo PM, quando ele vai de A para B, usando o caminho (1).
- Calcule o espaço percorrido e o deslocamento sofrido pelo PM, quando ele vai de A para B e retorna ao ponto A, usando sempre o caminho (2).
- Calcule a velocidade média e a rapidez média do PM, quando ele vai de A para B usando o caminho (1) e retorna ao ponto A usando o caminho (2), sabendo que ele gastou 20 segundos durante todo o trajecto.

Resolução

a) Espaço percorrido = Comprimento do arco $\widehat{AB} = 31,4$ m
Deslocamento $\Delta x = x_B - x_A = 30 - 10 = 20$ m

b) Espaço percorrido = $\overline{AB} + \overline{BA} = 20 + 20 = 40$ m
Deslocamento $\Delta x = x_A - x_A = 0$ m

c) $v_m = \frac{\overline{AB} + \overline{BA}}{\Delta t} = \frac{31,4 + 20}{20} = \frac{51,4}{20} = 25,7$ m/s

$c_m = \frac{51,4}{20} = 25,7$ m/s

Velocidade instantânea - v

A velocidade instantânea, é a velocidade que um corpo possui num determinado instante.

A velocidade instantânea é igual ao declive ou coeficiente angular da recta tangente ao gráfico da posição em função do tempo $x(t)$ (figura 1.5).

- A velocidade no instante « t_A » é:

$$v = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Quanto maior for o declive da recta tangente (ou seja, quanto maior for o coeficiente angular), maior é a velocidade nesse instante.

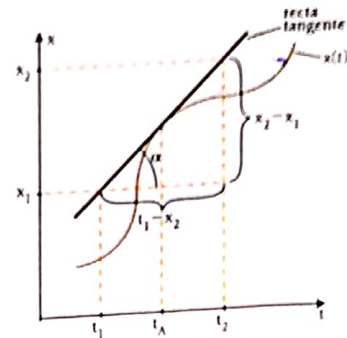


Fig.1.5 Velocidade instantânea.

Notas:

O ângulo « α » deve ser escolhido, como o menor ângulo (ângulo agudo) que a recta tangente forma com o eixo t.

A velocidade instantânea é uma grandeza vectorial, \vec{v} .

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Trata-se de um vector com as seguintes características:

- Aplicado na partícula.
- Direcção da trajectória para o movimento rectilíneo ou tangente à trajectória no ponto onde a partícula se encontra no respectivo instante.
- Sentido do movimento.
- Módulo (intensidade) igual ao módulo da velocidade escalar, v_e neste momento.

Para simplificar o estudo dos movimentos e as grandezas relacionadas com este, pode-se trabalhar com velocidade escalar que caracteriza o sentido do movimento.

Velocidade relativa

A velocidade relativa dá-nos a velocidade de um corpo em relação à velocidade de um outro corpo, especialmente quando os dois estão em movimento, um em relação ao outro. Assim,

A velocidade relativa é a velocidade de um corpo em relação a outro corpo que também esteja em movimento.

A expressão para o seu cálculo é:

$$v_{AB} = v_A - v_B$$

onde:

v_{AB} é a velocidade do corpo A em relação ao corpo B, v_A e v_B são as velocidades dos corpos A e B, respectivamente.

Para calcular a velocidade relativa escolhe-se, arbitrariamente, um referencial como mostra a figura 1.6. Os corpos cujo sentido da velocidade coincide com o sentido do referencial escolhido, têm velocidade positiva. Caso contrário, a velocidade do corpo é negativa. Por isso, na figura 4.6, $v_A < 0$, $v_B > 0$ e $v_C < 0$.

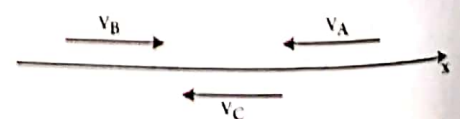
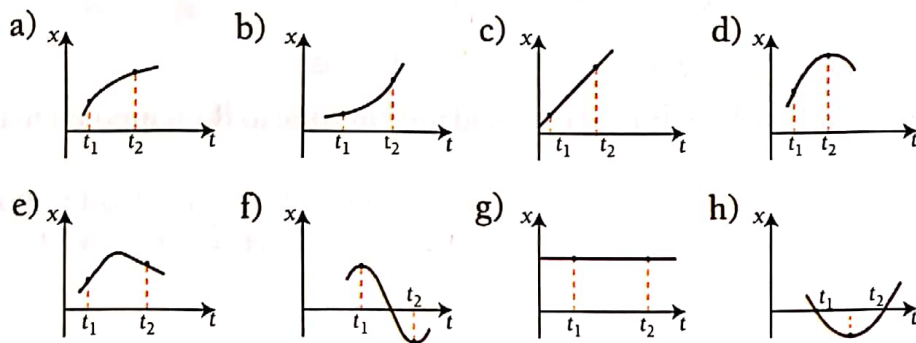


Fig.1.6 Velocidade relativa.



Exercício resolvido

1. Compare as velocidades nos instantes t_1 e t_2 em cada caso seguinte:



Resolução

Basta traçar a recta tangente, em cada ponto e comparar os respectivos coeficientes.

- a) $v_1 > v_2$;
- b) $v_1 < v_2$;
- c) $v_1 = v_2$;
- d) $v_1 > v_2$ com $v_2 = 0$;
- e) $v_1 = -v_2$;
- f) $v_1 = v_2 = 0$;
- g) $v_1 = v_2 = 0$;
- h) $v_1 = -v_2$.

Movimento Rectilíneo Uniforme (MRU)

Movimento rectilíneo uniforme é um movimento cuja trajectória descrita pelo corpo é uma linha recta e a sua velocidade é constante em módulo, direcção e sentido.

Deste modo, um corpo animado de MRU percorre espaços iguais em intervalos de tempo iguais.

Gráficos e equações do MRU

Gráfico da velocidade em função do tempo - $v(t)$

Como num MRU a velocidade é constante, podemos afirmar que:

O gráfico da velocidade em função do tempo é uma linha recta horizontal (figura 1.7):

- Acima do eixo t se a velocidade é positiva.
- Sobre o eixo t se a velocidade é nula.
- Abaixo do eixo t se a velocidade é negativa.

A área subentendida pelo gráfico da velocidade em função do tempo é igual ao deslocamento Δx da partícula (figura 1.7).

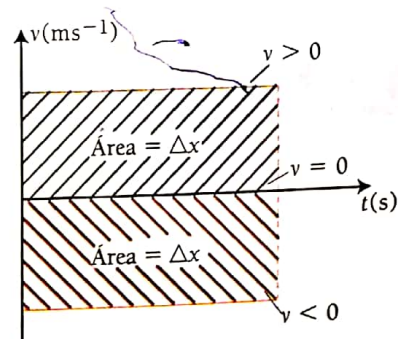


Fig.1.7 Gráfico da velocidade em função do tempo de um MRU.

Já vimos que no MRU o corpo percorre espaços iguais em intervalos de tempo iguais. Por isso, a expressão para o cálculo da velocidade no MRU é a da velocidade instantânea. Assim,

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

Já sabemos que a área subentendida pelo gráfico da velocidade em função do tempo é igual ao deslocamento Δx . Por isso, $\text{área} = \Delta x$.

Mas como a figura 1.7, representa a área de um rectângulo cujo comprimento é o tempo e a largura é a velocidade, e tendo em conta que $\Delta x = x - x_0$, podemos escrever, $x - x_0 = v \cdot t$.

$$\Rightarrow x(t) = x_0 + v \cdot t$$

Esta é a equação que nos dá a posição em função do tempo para uma partícula animada de MRU.

Gráfico da posição em função do tempo - $x(t)$

Da equação $x(t) = x_0 + v \cdot t$, concluímos que no MRU, a posição é directamente proporcional ao tempo gasto em adquirir essa posição. Por isso:

O gráfico da posição em função do tempo é uma recta (figura 1.8):

- Crescente, se a velocidade for positiva.
- Horizontal, se a velocidade for nula.
- Decrescente, se a velocidade for negativa.

O declive ou coeficiente angular do gráfico é igual à velocidade do corpo.

Em alguma literatura usam-se os termos movimento progressivo e movimento regressivo. Este facto tem apenas a ver com o sentido do movimento em relação ao referencial da posição x . Assim:

- Um MRU progressivo é aquele em que o movimento ocorre no mesmo sentido que o do referencial x . A velocidade tem o mesmo sentido que o sentido do referencial. Por isso, neste caso, a velocidade é positiva ($v > 0$).
- Um MRU regressivo é aquele em que o movimento ocorre no sentido contrário que o do referencial x . A velocidade tem sentido contrário ao do referencial. Por isso, a velocidade é negativa ($v < 0$).

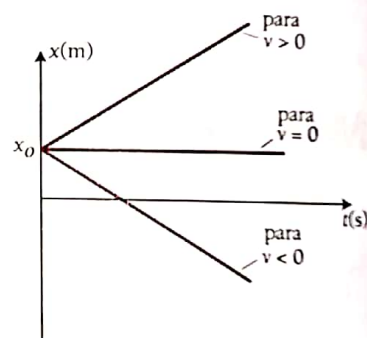
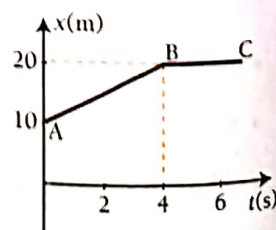


Fig.1.8 Gráfico da posição em função do tempo.



Exercício resolvido

- Observe o gráfico da figura ao lado.
 - Classifique o movimento em cada trecho indicando o sinal da velocidade.
 - Calcule a velocidade em cada trecho.
 - Determine as velocidades média e rapidez média para todo o evento.
 - Construa o gráfico $v(t)$.
 - Escreva a equação $x(t)$ para o trecho \vec{AB} .

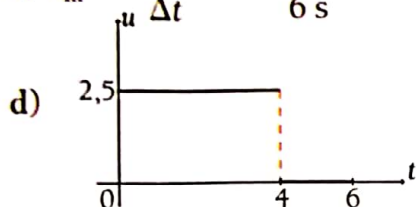


Resolução

a) \overline{AB} – MRU porque $S \sim t$ \overline{BC} – corpo parado, $v = 0$ porque $x_c = x_B$

b) $v_{AB} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 - 10}{4 - 0} = 2,5 \text{ m/s}$ $v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 - 20}{6 - 4} = 0 \text{ m/s}$

c) $v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{6 \text{ s}} = \frac{5}{3} \text{ m/s}$ $C_m = \frac{St}{\Delta t} = \frac{10 \text{ m}}{6 \text{ s}} = \frac{5}{3} \text{ m/s}$



e) $x(t) = x_0 + v \cdot t$

$x(t) = 10 + 2,5 \cdot t$

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

O movimento uniformemente variado – MUV é aquele em que o móvel sofre variações iguais de velocidade em intervalos de tempo iguais.

Quando um móvel em MUV descreve uma trajetória retilínea, o seu movimento diz-se movimento retilíneo uniformemente variado – MRUV. Assim,

Um movimento retilíneo uniformemente variado é aquele cuja trajetória é uma linha recta e que sofre variações iguais de velocidade em intervalos de tempo iguais.

Aceleração

A grandeza física que caracteriza a variação da velocidade na unidade de tempo chama-se **aceleração**. Portanto, sempre que há uma variação da velocidade no movimento de um corpo é porque existe uma aceleração. Assim,

A aceleração é a variação da velocidade na unidade de tempo.

A aceleração é calculada em função do tempo, isto é, em quantas unidades se dá o aumento ou diminuição da velocidade em cada segundo. Por isso, a expressão para o seu cálculo é,

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Δv é a variação da velocidade e Δt é a variação do tempo.

A unidade da aceleração no SI é o metro por segundo ao quadrado $m \cdot s^{-2}$. Sendo a velocidade instantânea uma grandeza vectorial, a aceleração também é um vector:

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

com as seguintes características:

- Direcção do sentido do vector $\Delta \vec{v}$
- Norma dada pela expressão:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Gráficos e equações do MRUV

Gráfico da aceleração em função do tempo - $a(t)$

No Movimento Rectilíneo Uniformemente Variado a aceleração é constante. Por isso,

O gráfico da aceleração em função do tempo é uma linha recta horizontal (figura 1.9):

- Acima do eixo t , se a variação da velocidade é positiva.
- Sobre o eixo t , se a variação da velocidade é nula.
- Abaixo do eixo t , se a variação da velocidade é negativa.

A área subentendida pelo gráfico da aceleração em função do tempo é igual à variação da velocidade Δv da partícula.

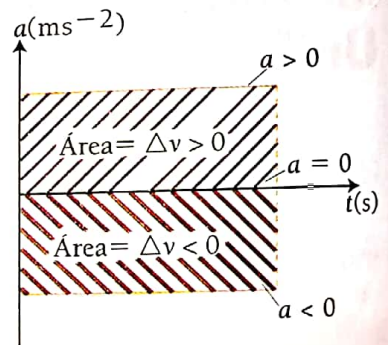


Fig.1.9 Gráfico da aceleração em função do tempo dum MRUV.

Já vimos que no MRUV o corpo sofre variações de velocidades iguais em intervalos de tempo iguais. Por isso a expressão para o cálculo da aceleração no MRUV é dada através da expressão,

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

Já sabemos que a área subentendida pelo gráfico da aceleração em função do tempo é igual à variação da velocidade Δv .

Mas como a figura representa a área de um rectângulo, cujo comprimento é o tempo e a largura é a aceleração, e tendo em conta que $\Delta v = v - v_0$, podemos escrever,

$$v - v_0 = a \cdot t \quad \Leftrightarrow \quad v(t) = v_0 + a \cdot t$$

Esta é a equação que nos dá a velocidade em função do tempo para uma partícula animada de MRUV.

Gráfico da velocidade em função do tempo, $v(t)$

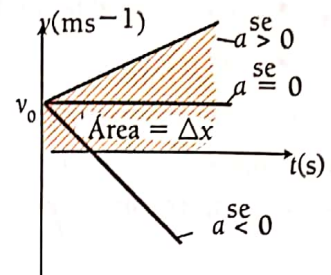
Da equação $v(t) = v_0 + a \cdot t$, vê-se que no MRUV, a velocidade é directamente proporcional ao tempo gasto em alcançar essa velocidade. Por isso:

O gráfico da velocidade em função do tempo é uma recta (figura 1.10):

- Crescente, se a aceleração for positiva.
- Horizontal, se a aceleração for nula.
- Decrescente, se a aceleração for negativa.

O declive ou coeficiente angular do gráfico é igual à aceleração.

A área subentendida pelo gráfico é igual ao deslocamento Δx .



Em alguma literatura também se usam os termos movimento progressivo e movimento regressivo no MRUV. Neste caso, também tem apenas a ver com o sentido do movimento em relação ao referencial da posição x . Assim,

Fig.1.10 Gráfico da velocidade em função do tempo dum MRUV.

- Um MRUV Progressivo é aquele em que o movimento ocorre no mesmo sentido que o do referencial x . A velocidade tem o mesmo sentido que o sentido do referencial. Por isso, neste caso, a velocidade é positiva ($v > 0$).
- Um MRUV Regressivo é aquele em que o movimento ocorre no sentido contrário ao do referencial x . A velocidade tem sentido contrário ao do referencial. Por isso, a velocidade é negativa ($v < 0$).

Já sabemos que a área subentendida pelo gráfico da velocidade em função do tempo é ao deslocamento, Δx .

Mas como a figura representa um trapézio, ou melhor um rectângulo de área A_1 e um triângulo de área A_2 , o cálculo da área será: $A_1 + A_2 = \Delta x$.

Mas o comprimento de A_1 é t e a largura é v_0 . A base do triângulo A_2 é t e a sua altura é $v - v_0$. Então,

$$v_0 \cdot t + \frac{t(v - v_0)}{2} = x - x_0$$

Da equação, $v - v_0 = a \cdot t$. Então, $v_0 \cdot t + \frac{t \cdot a \cdot t}{2} = x - x_0$

$$\Leftrightarrow x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Esta é a equação que nos dá a posição em função do tempo para uma partícula animada de MRUV.

Gráfico da posição em função do tempo, $x(t)$

Da equação $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ vê-se que a posição em função do tempo é directamente proporcional ao quadrado do tempo gasto em alcançá-la. Por isso:

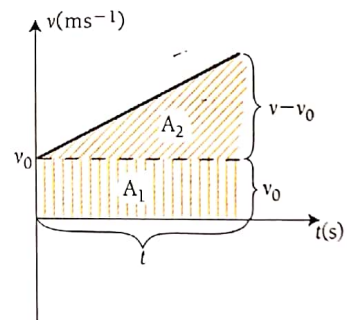


Fig.1.11 Gráfico $v(t)$.

O gráfico da posição em função do tempo de um MRUV é o ramo de uma parábola (figura 1.12)

- Crescente, se a velocidade é positiva, (a) e (b).
- Decrescente, se a velocidade é negativa, (c) e (d).
- Com a concavidade voltada para cima, se a aceleração for positiva, (a) e (c).
- Com a concavidade voltada para baixo, se a aceleração é negativa (b) e (d).

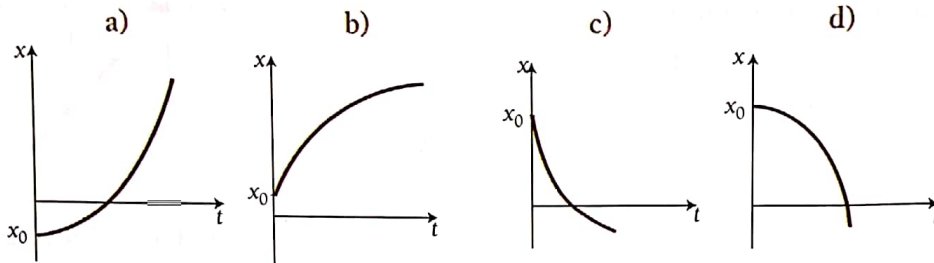


Fig.1.12 Gráfico da posição em função do tempo.

Movimento uniformemente variado

O movimento uniformemente variado, pode ser acelerado ou retardado. Assim,

Um movimento é uniformemente acelerado, quando a velocidade e a aceleração têm o mesmo sinal. Caso contrário, o movimento é uniformemente retardado.

Nos gráficos apresentados na figura 4.13, estão identificados os trechos em que o movimento é uniformemente acelerado e uniformemente retardado.

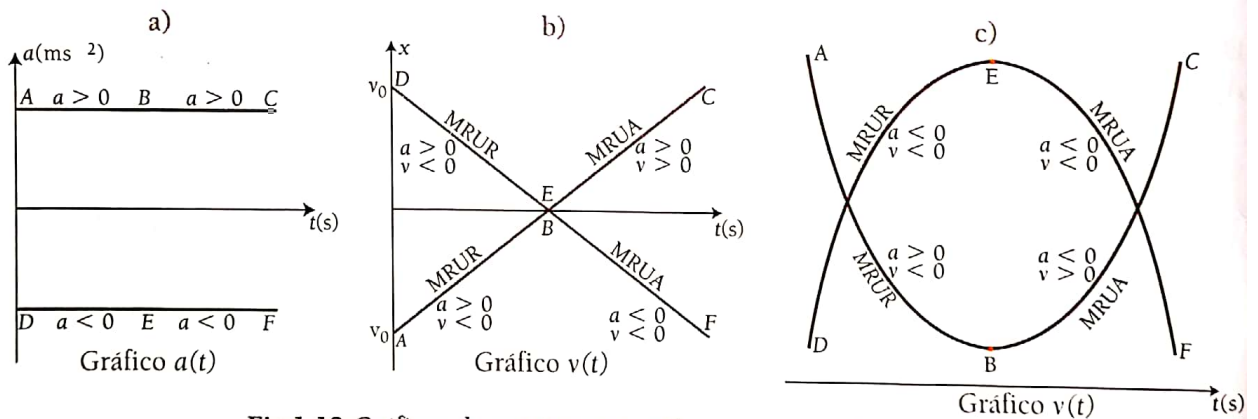


Fig.1.13 Gráficos do movimento uniformemente variado.

Queda livre dos corpos

Do nosso dia-a-dia, por exemplo, sabemos que uma pedra cai mais depressa do que um pedaço de papel. Este fenómeno e outros semelhantes, levaram a que os povos antigos chegassem à conclusão de que o movimento de queda dos corpos dependia da sua massa, isto é, quanto maior e mais pesado fosse um corpo, mais depressa cairia em direcção ao solo.

Nos finais do século XVI (início do século XVII) Galileu Galilei, estudando experimentalmente o movimento de queda dos corpos, chegou à conclusão de que, *largados de uma mesma altura, corpos de diferentes massas caem com a mesma velocidade quando se encontravam no vácuo* (na ausência do ar), atingindo o chão no mesmo instante, contrariamente ao que estava então

estipulado. Deste modo, no estudo da queda livre dos corpos, desprezaremos a resistência do ar, isto é, consideraremos que o movimento se realiza no vácuo. Desprezar a resistência do ar no movimento de um corpo em queda livre significa também que ele passa a mover-se apenas sob a acção da força da gravidade. Por isso,

Diz-se que um corpo está em queda livre, quando ele se move apenas sob a acção da força da gravidade.

A queda livre é um movimento uniformemente acelerado. A sua aceleração tem sempre direcção vertical e sentido de cima para baixo, e o seu valor na superfície da terra é de cerca de $9,8 \text{ m/s}^2$ ($g = 9,8 \text{ m/s}^2 \approx 10 \text{ m/s}^2$).

Na queda livre, as equações do movimento são semelhantes às do movimento rectilíneo uniformemente acelerado, substituindo apenas a por g e x por y . Assim, as equações horárias do movimento são:

$$v(t) = v_0 + gt$$

$$y(t) = y_0 + v_0t + \frac{1}{2}gt^2$$

Lançamento de projecteis

O termo projectil é usado em Física, para designar um Ponto Material que durante o seu movimento é actuado apenas pela \vec{F}_g .

Um ponto material ou projectil pode ser lançado verticalmente, horizontalmente e obliquamente.

Iremos em seguida estudar as particularidades de cada forma de lançamento.

Lançamento vertical

Num lançamento vertical, o projectil é lançado verticalmente de baixo para cima (movimento ascensional) ou de cima para baixo.

A figura 1.14 (a), (b) e (c), mostra os três casos mais comuns de lançamento vertical. Em (a), o corpo é lançado verticalmente a partir do solo, em (b) o corpo é lançado verticalmente para baixo a partir de uma determinada altura h e, em (c), o corpo é lançado verticalmente para cima a partir de uma determinada altura h .

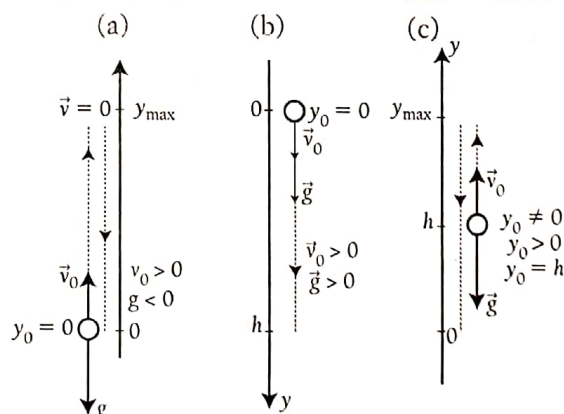


Fig.1.14 Lançamento vertical.

Para a resolução de exercícios sobre o lançamento vertical é, normalmente, necessário estabelecer as equações horárias do movimento, isto é, as equações $v(t)$ e $y(t)$.

Ao se estabelecer as equações do movimento para o lançamento vertical, deve-se escolher um referencial adequado, de tal forma que simplifique as equações do movimento. Por isso, é sempre aconselhável escolher o referencial com o sentido inicial do movimento, ou seja, com o mesmo sentido da velocidade inicial (eixo oy). Por exemplo, quando o corpo é lançado verticalmente para cima, casos (a) e (c), convém escolher o referencial para cima. Caso contrário convém escolher o referencial para baixo.

UNIDADE 1

Uma vez escolhido o referencial com sentido respectivo, todas as grandezas vectoriais cujo sentido coincide com o sentido do referencial escolhido, são positivas, e as que apontam em sentido contrário são negativas. Por isso:

- Em (a), (b) e (c), a velocidade inicial v_0 é positiva.
- Em (b), a aceleração da gravidade é positiva ($g = 10 \text{ m s}^{-2}$).
- Em (a) e (c) a aceleração da gravidade é negativa ($g = -10 \text{ m s}^{-2}$).

Quando o ponto de lançamento do corpo coincide com o valor zero (0), a posição inicial y_0 é nula, caso contrário, a posição inicial é diferente de zero. Por isso:

- Em (a) e (b), $y_0 = 0$.
- Em (c), $y_0 \neq 0$.

Quando se lança um corpo verticalmente para cima, ele sobe até atingir uma determinada altura onde a sua velocidade se anula ($\vec{v} = \vec{0}$) e depois ele retorna ao solo. No ponto onde o corpo retorna, a sua velocidade é nula ($v = 0$) e a altura atingida é chamada altura máxima (figura 1.14).

Uma vez estabelecidas as equações horárias do movimento convém:

- Igualar a equação $v(t)$ a zero [$v(t) = 0$] se o pedido for o tempo necessário para o corpo atingir a altura máxima.
- Substituir o tempo que o corpo necessita para atingir a altura máxima na equação $y(t)$, se pedido for a altura máxima atingida pelo corpo.
- Igualar $y(t)$ a zero [$y(t) = 0$] se o pedido for o tempo para o corpo atingir novamente o solo.



Exercícios resolvidos

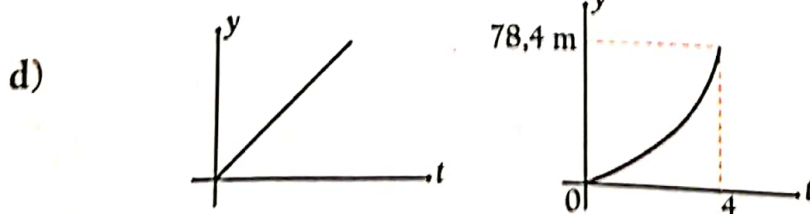
1. Larga-se uma pedra do topo de um edifício e esta atinge o solo após 4 segundos. Determine:
- a) A altura do edifício.
 - b) As equações do movimento.
 - c) A velocidade da pedra ao atingir o solo.
 - d) Esboce os gráficos $v(t)$ e $y(t)$.

Resolução

$$\text{a) } h = \frac{gt^2}{2} = \frac{9,8 \cdot 4^2}{2} = 9,8 \cdot 8 = 78,4 \text{ m}$$

$$\text{b) } v = g \cdot t \Rightarrow v = 9,8 \cdot t \quad y = \frac{gt^2}{2} = 4,9 \cdot t^2$$

$$\text{c) } v = 9,8 \cdot t = 9,8 \cdot 4 = 39,2 \text{ m/s}$$

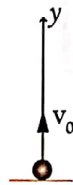


2. Um corpo é lançado verticalmente para cima, a partir do solo, com uma velocidade de 40 m/s. Desprezando o atrito do ar, determine:

- As equações do movimento.
- O tempo que o corpo gasta para atingir a altura máxima.
- A altura máxima atingida pelo corpo.
- A posição e a velocidade do corpo, 6 segundos após o lançamento.
- O instante e a velocidade do corpo ao atingir novamente o solo.
- Construa os gráficos $v(t)$ e $y(t)$.

Resolução

$v_0 = 40 \text{ m/s}$
 $g = 10 \text{ m/s}^2$
 $y_0 = 0 \text{ m}$



a) $v_y = v_0 + gt$
 $v_y = 40 - 10 \cdot t$
 $y(t) = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{gt^2}{2}$
 $y(t) = 40 \cdot t - 5 \cdot t^2$

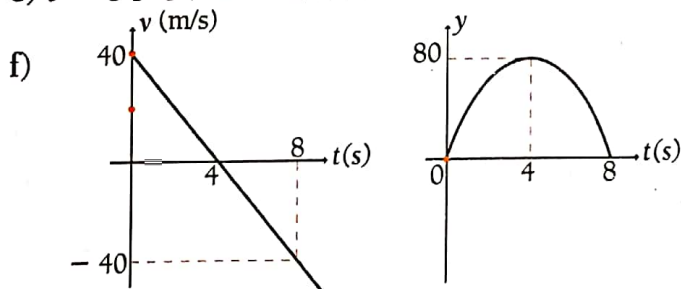
b) $t_s = \frac{v_0}{g}$
 $t_s = \frac{40}{10}$
 $t_s = 4 \text{ s}$

c) $y_{\max} = 40 \cdot t_s - 5 \cdot t_s^2 = 40 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2 = 160 - 80 = 80 \text{ m}$

d) $v(t) = 40 - 10t \Rightarrow v(6) = 40 - 10 \cdot 6 = -20 \text{ m/s}$

$y(t) = 40t - 5t^2 \Rightarrow y(6) = 40 \cdot 6 - 5 \cdot 6^2 = 240 - 180 = 60 \text{ m}$

e) $t = 8 \text{ s}$ e $v = -20 \text{ m/s}$



3. Um objecto é lançado verticalmente para cima com uma velocidade de 20 m/s de uma altura de 200 m.

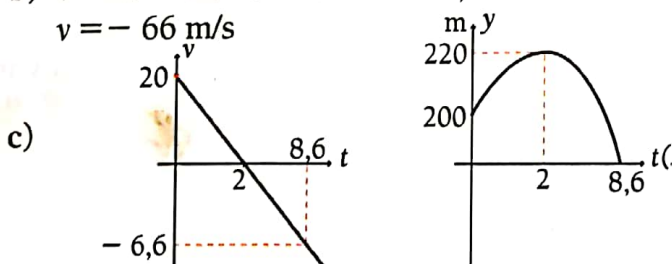
- Ao fim de quanto tempo o corpo alcança o solo?
- Calcule a velocidade de impacto do objecto com o solo.
- Construa os gráficos $v(t)$ e $y(t)$.

Resolução

$v = 20 \text{ m/s}$ | $v = 20 - 10 \cdot t$
 $y_0 = 200 \text{ m}$ | $y = 200 + 20 \cdot t - 5 t^2$

a) No solo $y = 0 \Rightarrow 200 + 20t - 5t^2 = 0$
 $t^2 - 4t - 40 = 0$
 $t \approx 8,6 \text{ s}$
 $t_s = 2 \text{ s}$ e $t_d = 6,6 \text{ s}$

b) $v = 20 - 10 \cdot t = 20 - 10 \cdot 8,6$
 $v = -66 \text{ m/s}$



c18c

Lançamento horizontal

No lançamento horizontal, lança-se o corpo horizontalmente de uma determinada altura.

A figura 1.15 mostra uma experiência semelhante à realizada por Galileu no século XVII. Esta interessante e divertida experiência, sempre constituiu uma grande preocupação para a humanidade durante vários séculos.

Conforme nos referimos, esta experiência intrigou a humanidade durante muito tempo, pois, através de experiências semelhantes à de Galileu era possível observar que, quando se deixasse cair verticalmente um objecto A e, no mesmo instante, lançando horizontalmente um outro objecto B, ambos chegavam ao solo ao mesmo tempo (figura 1.15).

Galileu, realizando várias vezes a experiência, e tendo reconfirmado que ambos os corpos chegavam de facto ao mesmo tempo ao chão, deu, pela primeira vez, uma explicação mais exhaustiva a este fenómeno, tendo concluído o seguinte:

- Os corpos A e B chegam ao chão ao mesmo tempo porque os dois estão em queda livre.
- O objecto B tem apenas a velocidade vertical \vec{v}_y porque o seu movimento é apenas vertical.
- A característica do movimento do objecto B, é uniformemente acelerado.

O objecto A, que ao mesmo tempo é lançado na horizontal, além da velocidade vertical \vec{v}_y tem também a velocidade horizontal \vec{v}_x porque ele está animado, simultaneamente, de dois movimentos perpendiculares entre si (um movimento na vertical e outro na horizontal).

O movimento vertical é uniformemente acelerado (na vertical a aceleração do corpo é constante e igual à aceleração de gravidade) e o movimento horizontal é uniforme (na horizontal a velocidade do corpo não varia, pois não existe nenhuma força horizontal, consequentemente também não existe uma aceleração na direcção horizontal).

O movimento horizontal surge devido ao impulso que se dá ao corpo A no momento do lançamento.

- Para o corpo A lançado horizontalmente, a velocidade \vec{v}_x na direcção horizontal não tem influência no seu movimento segundo a direcção vertical. Portanto, as velocidades \vec{v}_y e \vec{v}_x actuam, simultaneamente, sobre o corpo B, independentemente uma da outra.
- Como para o corpo A os dois movimentos são independentes um do outro, então, o movimento do corpo A pode ser estudado a partir das suas projecções.

Para descrever o movimento de um corpo lançado horizontalmente, é também útil escolher um referencial. Escolhe-se um referencial oxy cujo eixo oy tenha o sentido vertical do movimento do corpo (figura 1.16).

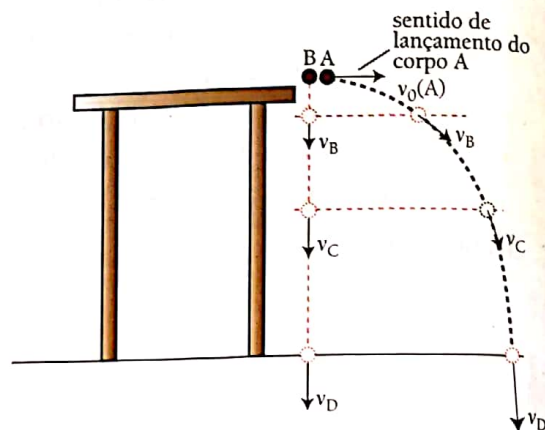


Fig.1.15 Queda de corpos lançados verticalmente e horizontalmente.

De acordo com a figura 1.16, podemos constatar que:

- A velocidade inicial no sentido vertical é nula porque o corpo foi lançado horizontalmente ($v_{0y} = 0$).
- As componentes da velocidade v em qualquer ponto da trajetória são: $v_{0x} = v_0 = v_x$ e v_y .
- O vector velocidade \vec{v} em cada instante é igual à resultante das velocidades ao longo do eixo x e ao longo do eixo y .
- A aceleração de gravidade \vec{g} é positiva no sentido do movimento.
- As posições iniciais x_0 e y_0 são nulas ($x_0 = 0$ e $y_0 = 0$).

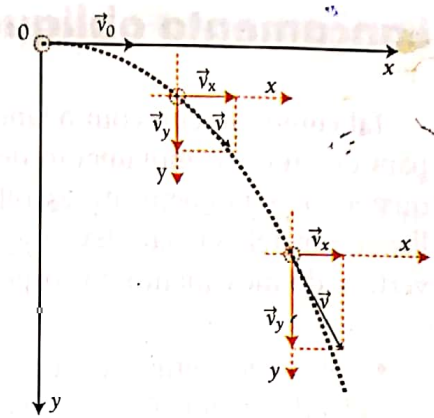


Fig.1.16 Movimento de um corpo lançado horizontalmente.

Equações do movimento

Como segundo a horizontal, o movimento é uniforme de velocidade $v_{0x} = v_x$, e $x_0 = 0$ então, as equações do movimento na direcção do eixo x são:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \\ x = v_0 \cdot t \end{cases}$$

Como segundo a vertical, o movimento é uniformemente acelerado sem velocidade inicial ($v_{0y} = 0$) e $y_0 = 0$, as equações do movimento ao longo do eixo y , são:

$$\begin{cases} v_y = g \cdot t \\ y = \frac{1}{2} g t^2 \end{cases}$$

Como o vector velocidade \vec{v} em cada instante é igual à resultante das velocidades ao longo do eixo x e ao longo do eixo y , então:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Também pode calcular-se o ângulo que o vector da velocidade \vec{v} , forma com o eixo horizontal. Da figura 1.16 podemos escrever:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x}$$

Também pode determinar a equação da trajetória $y(x)$. Por isso, devemos usar as equações de $x = v_0 t$ e $y = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ resolvendo em ordem a t a 1.ª equação e substituindo na 2.ª equação, obtemos:

$$y(x) = \frac{g}{2 \cdot v_0^2} \cdot x^2$$

Lançamento oblíquo 7,8c

Tal como foi feito com o lançamento horizontal, aqui, para descrever o movimento de um corpo lançado obliquamente, é também útil escolher um referencial. Escolhe-se um referencial Oxy cujo eixo Oy tenha o sentido vertical do movimento do corpo (figura 1.17).

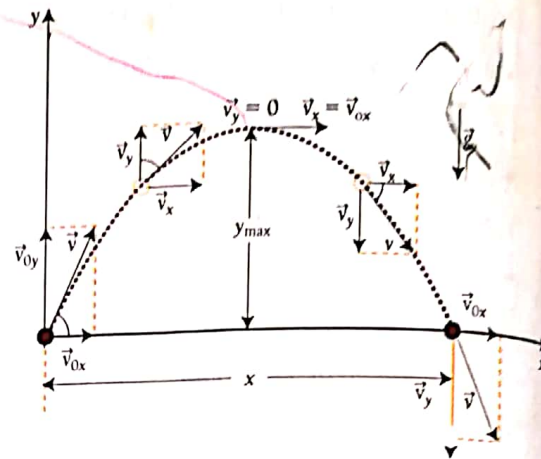


Fig.1.17 Lançamento oblíquo.

- Tendo em conta o referencial, constata-se que a velocidade inicial, \vec{v}_0 , com que o corpo é lançado, pode ser decomposta numa velocidade inicial na vertical, \vec{v}_{0y} , e por uma velocidade inicial na horizontal, \vec{v}_{0x} .
- Na horizontal, o movimento do corpo é uniforme, com uma velocidade constante, $\vec{v} = \vec{v}_{0x}$, igual à projecção da velocidade inicial, \vec{v}_0 , na horizontal.
- Na vertical, o movimento da bola é uniformemente variado. Primeiro é uniformemente retardado (durante a subida) com velocidade inicial, \vec{v}_{0y} , igual à projecção vertical de \vec{v}_0 . Depois, o movimento da bola é uniformemente acelerado a partir do ponto de altura máxima, pois ele inicia a sua descida.
- Durante a subida, a velocidade, \vec{v}_y da bola diminui e no ponto da altura máxima é nula ($\vec{v}_y = 0$).
- As posições iniciais nos dois eixos são nulas ($x_0 = 0$ e $y_0 = 0$).
- Durante a descida, a velocidade, v_y , do corpo aumenta em módulo e atinge o solo com velocidade máxima.
- O movimento de descida desde o ponto mais alto da trajectória corresponde ao lançamento horizontal.
- A velocidade v num dado instante é obtida através da soma vectorial das velocidades vertical (\vec{v}_y) e horizontal (\vec{v}_x).
- A posição do corpo num dado instante é determinada pelas coordenadas x e y .

Equações do movimento

Como segundo a horizontal, o movimento é uniforme de velocidade $v_x = v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$ com $x_0 = 0$, então, as equações do movimento na horizontal são:

$$\begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ x = v_0 \cos \alpha t \end{cases}$$

Como segundo a vertical, o movimento é uniformemente variado (uniformemente retardado durante a subida e uniformemente acelerado durante a descida), de velocidade $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$ com $y_0 = 0$, então, as equações do movimento na vertical são:

$$v_y = v_{0y} - g \cdot t \quad y = v_{0y} \cdot t - g \frac{t^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} v_y = v_0 \sin \alpha - gt \\ y = v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \end{cases}$$

Também se pode calcular o ângulo que o vector da velocidade \vec{v} , forma com o eixo horizontal. Da figura 4.17 podemos escrever:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{v_y}{v_x}$$

Como o vector velocidade \vec{v} em cada instante é igual à resultante das velocidades ao longo do eixo x e ao longo do eixo y então:

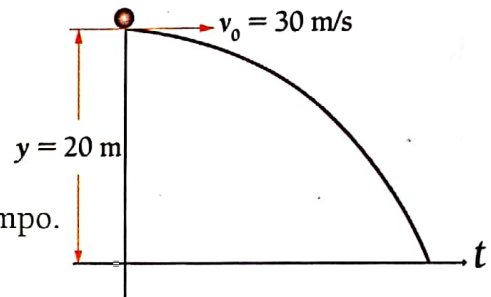
$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

Também se pode determinar a equação da trajectória $y(x)$. Por isso, devemos usar as equações de $x(t)$ e $y(t)$, resolvendo em ordem a t a 1.ª equação e substituindo na segunda.



Exercícios resolvidos

1. De uma árvore de 20 m de altura lança-se horizontalmente um corpo com a velocidade de 30 m/s. Desprezando a resistência do ar e considerando $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, determine:
- As equações do movimento do corpo.
 - O tempo de queda do corpo.
 - A que distância da árvore cai o corpo.
 - A velocidade do corpo ao atingir o chão.
 - As coordenadas do projectil no instante 1 s.
 - Esboce os gráficos de v_x , de v_y , x e y em função do tempo.



Resolução

a) $v_o = v_x = 30 \text{ m/s}$ $v_o = 30 \text{ m/s}$
 $v_y = v_{oy} + gt$ $y = 20 \text{ m}$
 $v_y = 10 \cdot t$ $g = 10 \text{ m/s}^2$

$$y = \frac{g \cdot t^2}{2} \Rightarrow y = 5 \cdot t^2$$

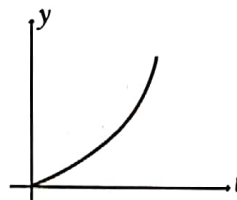
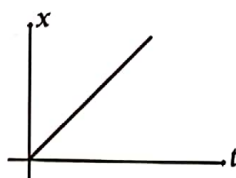
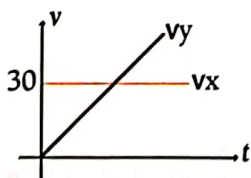
b) $t = \sqrt{\frac{2y}{g}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} = 2 \text{ s}$

c) $x = v_o \cdot t \Rightarrow x = 30 \cdot 2 = 60 \text{ m}$

d) $v_x = 30 \text{ m/s}$ $v_y = g \cdot t = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m/s}$ $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \Leftrightarrow v = \sqrt{30^2 + 20^2} = \sqrt{1300} \Leftrightarrow$

e) $t = 1 \text{ s}$ $\begin{cases} x = v_o \cdot t = 30 \cdot 1 = 30 \text{ m} \\ y = \frac{g \cdot t^2}{2} = \frac{10 \cdot 1^2}{2} = 5 \text{ m} \end{cases}$ $v = 36 \text{ m/s}$

f)



2. Um projectil é lançado obliquamente do solo para cima com a velocidade de 300 m/s, numa direcção que forma um ângulo de 30° com a horizontal. Considere $g = 10 \text{ m/s}^2$ e determine:
- As equações do movimento.
 - O tempo que o projectil leva para atingir a altura máxima.
 - A altura máxima alcançada pelo projectil em relação ao solo.
 - O tempo gasto pelo projectil para retornar ao solo.
 - O alcance do projectil.
 - A velocidade do corpo no instante $t = 4 \text{ s}$.
 - Esboce os gráficos de v_x , de v_y , x e y em função do tempo.

Resolução

$$v_o = 300 \text{ m/s}$$

$$y_o = 0$$

$$x = 30$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{a) } v_x = v_o \cdot \cos x = 300 \cdot \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} = 150 \cdot \sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$v_y = v_{oy} \cdot gt = v_o \cdot \sin x - gt = 300 \cdot \frac{1}{2} - 10 \cdot t = 150 - 10 \cdot t$$

$$x = v_{ox} \cdot t = 150 \cdot \sqrt{3} \cdot t \quad y = y_o + v_{oy} \cdot t - \frac{gt^2}{2} \Rightarrow y = 150 \cdot t - 5 t^2$$

$$\text{b) } t_s = \frac{v_o \cdot \sin x}{g} = \frac{300 \cdot \sin 30}{10} = 15 \text{ s}$$

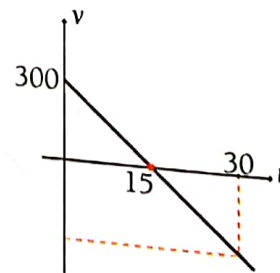
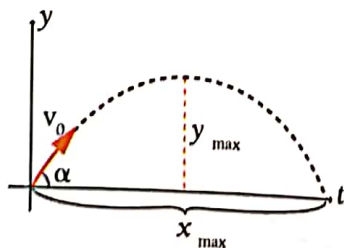
$$\text{c) } y_{\max} = \frac{v_o^2 \cdot \sin^2 x}{2g} = \frac{300^2 \cdot (0,5)^2}{20} = 1125 \text{ m}$$

$$\text{d) } t_s = t_d = 15 \text{ s}$$

$$\text{e) } x_{\max} = v_o \cdot \cos x \cdot t = 300 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{15}{30} = 7740 \text{ m}$$

$$\text{f) } v_x = 150 \cdot \sqrt{3} \text{ m/s} \quad v_y = 150 - 10 \cdot 4 = 110 \text{ m/s} \quad v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 282,1 \text{ m/s}$$

g)



Movimento circular uniforme

O movimento circular uniforme é um caso particular do movimento curvilíneo. Por isso,

Um movimento circular uniforme é aquele cuja trajetória é uma circunferência e a velocidade é constante em módulo.

No movimento circular uniforme, a velocidade é sempre tangente à trajetória descrita pelo corpo, (figura 1.18).

As equações do movimento circular uniforme podem ser obtidas por simples analogia com as equações dos movimentos lineares, (Tabela 1).

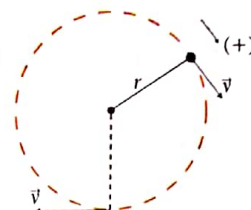


Fig.1.18 Movimento circular uniforme.

Movimento retilíneo	Movimento circular
Posição linear – x Deslocamento linear – Δx	Posição angular – θ Deslocamento angular – $\Delta \theta$
Movimento retilíneo uniforme	Movimento circular uniforme
Velocidade linear $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow$	Velocidade linear e angular $v = \frac{2\pi r}{T} \quad \omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow v = \omega \cdot r$
Equação $x(t)$ $x(t) = v_0 + vt$	Equação $\omega(t)$ $\varphi(t) = \varphi_0 + \omega \cdot t$

Tabela 1: Equações dos movimentos retilíneo uniforme e circular uniforme.

Nas equações deduzidas surgem grandezas como o período T , a velocidade angular ω e a frequência f .

O período é o tempo necessário para que o corpo dê uma volta completa.

A sua unidade no SI é o segundo.

A frequência é o número de voltas que o corpo executa na unidade de tempo.

A unidade da frequência no SI é o hertz, Hz.

A expressão para o seu cálculo pode ser,

$$f = \frac{n}{t}$$

onde n é o número de voltas e t é o tempo necessário para dar as n voltas.

Entre o período e a frequência existe uma relação de proporcionalidade inversa, isto é, quanto maior é o período menor é a frequência, e vice-versa. Por isso,

$$T = \frac{1}{f}$$

A velocidade angular ω é o ângulo ao centro descrito pelo raio de circunferência na unidade de tempo.

A unidade da velocidade angular no SI é o radiano por segundo, rad/s.

Com base nas equações, $v = \frac{2\pi r}{T}$ e $\omega = \frac{2\pi}{T}$, podemos escrever:

$$v = \omega \cdot r$$

Aceleração centrípeta e aceleração tangencial

A aceleração tangencial surge sempre que exista variação do módulo da velocidade dum corpo.

Por isso, a aceleração tangencial é sempre tangente à trajectória descrita pelo corpo, (figura 1.19). No caso do MCU e do MRU, a aceleração tangencial é nula.

A aceleração centrípeta surge sempre que exista variação da direcção da velocidade.

O seu sentido é sempre em direcção ao centro da trajectória.

O seu módulo é dado pela expressão:

$$a_c = \frac{v^2}{r} \quad \text{ou} \quad a_c = \omega^2 r$$

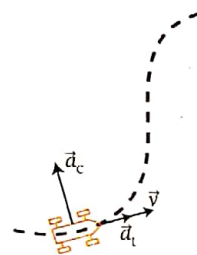


Fig.1.19 Aceleração tangencial e centrípeta.



Exercício resolvido

1. A distância da Terra à Lua é de $3,84 \times 10^5$ km. O período de rotação da Lua em torno da Terra é de 27,32 dias. Calcule a velocidade angular e linear da Lua.

Resolução

$$T = 27,32 \text{ dias} \times 86\,400 \text{ s} \approx 2,36 \cdot 10^6 \text{ s}$$

$$R = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$$

$$V = ?$$

$$W = ?$$

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T} = 1021,83 \text{ m/s}$$

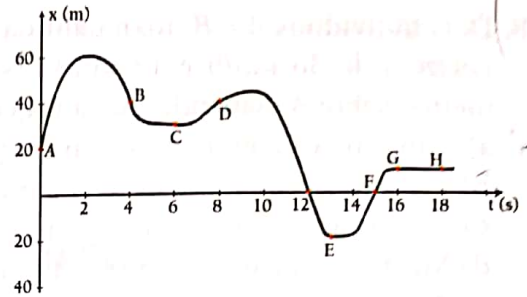
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2,7 \cdot 10^{-6} \text{ rad/s}$$

Exercícios propostos



1. O gráfico representa a posição do movimento de uma partícula ao longo do tempo. Calcule a velocidade média e a rapidez média nos trechos:

- a) \overline{AB} b) \overline{BC} c) \overline{EF} d) \overline{GH}



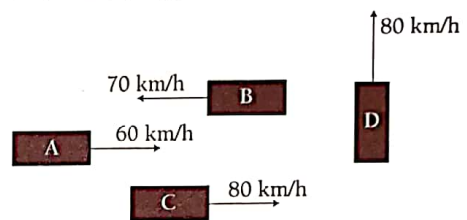
2. A posição de uma partícula é dada pela equação $x(t) = -t^2 + 6t$ em unidades do SI.

- a) Construa o gráfico $x(t)$ no intervalo de 0 a 6 segundos.
 b) Em que instante a velocidade da partícula é nula?
 c) Em que intervalo de tempo a velocidade da partícula é positiva? E em que instante é negativa? Justifique.

3. Os carros apresentados, movem-se na mesma estrada, com as velocidades indicadas.

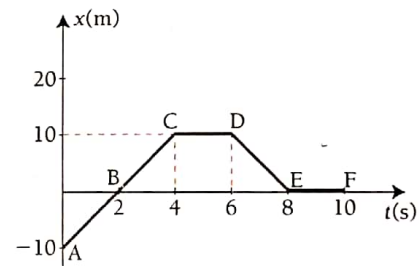
Calcule a velocidade relativa:

- a) De A em relação a B.
 b) De C em relação a B.
 c) De D em relação a A.
 d) De A em relação a C.



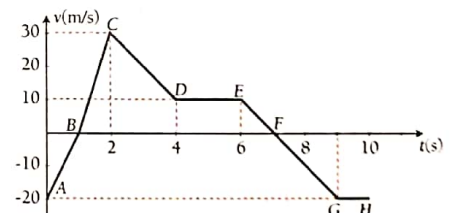
4. Observe o gráfico da figura ao lado.

- a) Classifique o movimento em cada trecho indicando o sinal da velocidade.
 b) Calcule a velocidade em cada trecho.
 c) Determine as velocidades média e velocidade escalar média para todo o evento.
 d) Construa o gráfico $v(t)$.
 e) Escreva a equação $x(t)$ para o trecho AB.



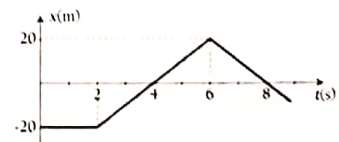
5. Observe o gráfico da velocidade em função do tempo de um PM.

- a) Classifique o movimento em cada trecho, indicando o sinal da velocidade.
 b) Construa os gráficos $a(t)$ e $x(t)$.
 c) Calcule a velocidade média e a velocidade escalar média durante todo o evento.



6. Observe o gráfico da posição em função do tempo duma partícula.

- a) Qual é a posição inicial da partícula? Classifique o movimento em cada trecho.
 b) Em que instantes o móvel passa pela origem?
 c) Calcule a velocidade nos instantes 1, 4 e 8 segundos.



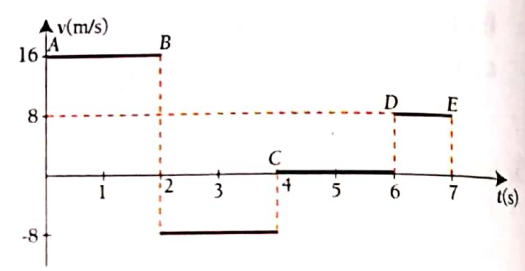
7. Duas partículas A e B, movem-se segundo as funções $x_A(t) = -10 + 5t$ e $x_B(t) = 8 - 2t$, em unidades de SI.

- a) Classifique o movimento das partículas A e B.
 b) Represente graficamente $x_A(t)$ e $x_B(t)$, num só referencial.
 c) A partir dos gráficos construídos na alínea b), determine o instante em que as duas partículas se cruzam.
 d) Construa os gráficos $v_A(t)$ e $v_B(t)$.



8. Dois indivíduos A e B, marcham na mesma direção e no mesmo sentido com velocidades respectivas de 36 km/h e 18 km/h. No início da contagem do tempo, B leva um avanço de 60 metros sobre A. Sabendo que a trajetória é retilínea.
- Construa o referencial x e indique a posição inicial dos dois indivíduos.
 - Escreva as equações de $x(t)$ para os dois indivíduos.
 - Determine o instante e a posição em que A alcança B.
 - Mostre graficamente o resultado da alínea c).
 - Responda novamente à questão da alínea c), para o caso em que os dois indivíduos marcham na mesma direção, mas em sentidos contrários.

9. Dado o gráfico da velocidade em função do tempo dum PM:
- Classifique o movimento em cada trecho.
 - Construa o gráfico $x(t)$, supondo que o PM parte da posição $x = -10$ m.
 - Calcule a velocidade média e a rapidez média no intervalo de 1 a 6 segundos.



10. De um avião F-16, que desce a pique (verticalmente para baixo), é largada uma bomba quando o avião se encontra a 1,69 km do solo. A bomba gasta 4 s a atingir o solo. Qual é a velocidade do avião no momento em que larga a bomba?
11. Uma pedra A é lançada, verticalmente para cima, a partir do solo, com uma velocidade de 60 m/s. No mesmo instante, na mesma vertical, é largada uma pedra B de uma altura de 120 m. Determine:
- As equações do movimento das duas pedras.
 - O instante e a posição de encontro das duas pedras.
12. Uma bola de futebol é rematada e 4 segundos depois cai a 40 metros do ponto de onde foi chutada.
- Calcule a altura máxima atingida pela bola.
 - Determine a velocidade inicial da bola.
 - Calcule o ângulo que a velocidade inicial forma com o solo.
 - Dê a equação da trajetória.
13. Um automóvel move-se a uma velocidade de 90 km/h. As suas rodas têm um diâmetro de 50 cm e não escorregam no solo.
- Qual é a velocidade linear de um ponto no centro da roda?
 - Calcule a velocidade linear e angular de um ponto da periferia da roda.
 - Calcule a frequência de rotação da roda.
14. Calcule o período e a velocidade angular de um corpo que executa 120 r.p.m (rotações por minuto).

Estática

Já sabemos que a estática ocupa-se das forças e suas condições de equilíbrio. Vamos em seguida ver como fazer a composição e decomposição das forças associadas.

Composição e decomposição de forças

Já sabe que a resultante de um sistema de forças, é a única força capaz de produzir o mesmo efeito que o das suas componentes. Por isso,

A composição de forças é o processo de substituição de duas ou mais forças por uma única, capaz de obter o mesmo efeito, ou seja, é o processo de determinação da resultante de um sistema de forças.

O processo inverso ao da composição de forças, chama-se decomposição de forças.

Vejamos o exemplo do sistema de duas forças concorrentes apresentado na figura 1.20.

Veja que na figura 1.20, aplicou-se a regra do paralelogramo para determinar a resultante do sistema de forças e ainda se prolongou a força F_2 e baixou-se a altura em relação a esta força (segmento de recta CD).

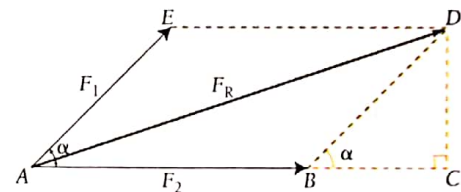


Fig.1.20 Composição de forças.

Assim, a figura ACD , é um triângulo rectângulo. Aplicando o Teorema de Pitágoras, teremos,

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$$

No entanto, $\cos \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$, e $\sin \alpha = \frac{\overline{CD}}{\overline{BD}}$ (veja triângulo BCD)

Também temos $BD = F_1$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{\overline{BC}}{F_1} \Rightarrow \overline{BC} = F_1 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\overline{CD}}{F_1} \Rightarrow \overline{CD} = F_1 \sin \alpha$$

Da figura temos: $\overline{AD} = F_R$ e $\overline{AC} = F_2 + \overline{BC} \Leftrightarrow \overline{AC} = F_2 + F_1 \cos \alpha$

Substituindo na equação: $\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2$

$$\Leftrightarrow F_R^2 = (F_2 + F_1 \cos \alpha)^2 + (F_1 \sin \alpha)^2$$

$$\Leftrightarrow F_R^2 = F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha + F_1^2 \cos^2 \alpha + F_1^2 \sin^2 \alpha$$

$$\Leftrightarrow F_R^2 = F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha + F_1^2 (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$$

$$\Leftrightarrow F_R^2 = F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha + F_1^2$$

$$\Leftrightarrow F_R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$

Esta última equação permite então calcular o módulo da resultante de duas forças, e é chamada de **regra dos co-senos**.

Esta não é a única forma de obter a resultante do sistema de forças apresentado na figura 1.20. Também podemos determinar a resultante, decompondo estas forças num referencial cartesiano, como mostra a figura 1.21.

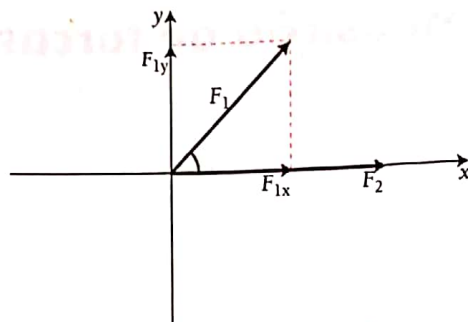


Fig.1.21 Decomposição de forças.

Repare que a origem do nosso referencial, coincide com a origem das duas forças e que o eixo x coincide com a direção e o sentido da força F_2 .

Nestas condições, podemos decompor a força F_1 em duas componentes F_{1x} (componente horizontal) e F_{1y} (componente vertical).

Assim, podemos calcular a resultante das forças na direção do eixo x (F_{Rx}) e a resultante das forças na direção do eixo y (F_{Ry}). Logo,

$$\begin{cases} F_{Rx} = F_2 + F_{1x} \\ F_{Ry} = F_{1y} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} F_{Rx} = F_2 + F_1 \cos \alpha \\ F_{Ry} = F_1 \sin \alpha \end{cases}$$

Repare que:

- A componente F_{1x} é o cateto adjacente ao ângulo α , por isso é que $F_{1x} = F_1 \cos \alpha$.
- A componente F_{1y} é o cateto oposto ao ângulo α , por isso é que $F_{1y} = F_1 \sin \alpha$.

Finalmente podemos determinar a resultante do sistema de forças. Como F_{Rx} e F_{Ry} são forças perpendiculares, porque os eixos x e y são perpendiculares entre si, logo,

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} \Rightarrow F_R = \sqrt{(F_2 + F_1 \cos \alpha)^2 + (F_1 \sin \alpha)^2}$$

Como vê, o resultado é o mesmo que o obtido anteriormente.



Exercício resolvido

1. Observe o sistema de forças ao lado. Determine, através da decomposição das forças, a resultante do sistema.

Resolução

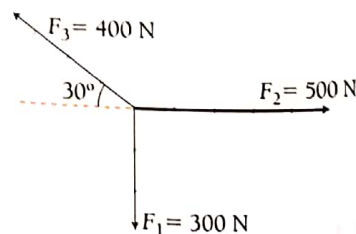
$$F_{3x} = F_3 \cdot \cos 30^\circ = 400 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 200\sqrt{3}$$

$$F_{3y} = F_3 \cdot \sin 30^\circ = 400 \cdot \frac{1}{2} = 200 \text{ N}$$

$$F_{Rx} = F_2 - F_{3x} = 500 - 200\sqrt{3} = 154 \text{ N}$$

$$F_{Ry} = F_{3y} - F_1 = 200 - 300 = 100 \text{ N}$$

$$F_R = \sqrt{F_{Rx}^2 + F_{Ry}^2} = 183,6 \text{ N}$$



Forças na Natureza

Já sabe que força é toda a causa capaz de alterar o estado de repouso ou de movimento de um corpo, ou ainda causar-lhe deformação.

Iremos, em seguida, definir e representar diversas forças da Natureza que são essenciais para o nosso estudo mais adiante.

Força de gravidade

Da prática sabe que quando largamos qualquer corpo sobre a superfície da Terra, o corpo dirige-se em direcção à Terra devido à atracção gravitacional. Este movimento, como vimos anteriormente, tem a sua origem na atracção entre o corpo e o planeta devido às suas massas. Por isso,

A força de gravidade, \vec{F}_g é a força de atracção entre dois corpos devido à sua massa.

- Esta força é sempre vertical e de cima para baixo, (figura 1.22 (a) e (b)).
- Tem o seu ponto de aplicação no centro geométrico dos corpos.
- O seu módulo pode ser determinado pela expressão:

$$F_g = m \cdot g$$

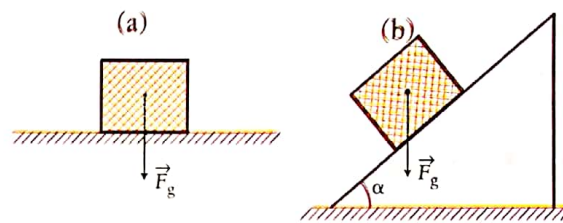


Fig. 1.22 Força de gravidade.

Força de acção

Quando nos sentamos, por exemplo, sobre uma cadeira, exercemos uma força sobre a cadeira, é por isso que, se a cadeira for frágil, ela pode-se partir. É o que acontece muitas vezes quando nos sentamos sobre uma cadeira de plástico, quando as suas pernas se vergam. Isto deve-se à força que exercemos sobre a cadeira quando nos sentamos. Esta força, é a acção do nosso corpo sobre a cadeira.

Força ou reacção normal

Da 3.^a Lei de Newton sabe que para cada acção há sempre uma reacção igual e directamente oposta. Como sabe, quando um corpo está apoiado sobre uma superfície, ele exerce sobre esta, uma força que é chamada acção do corpo.

Por isso, de acordo com a 3.^a Lei de Newton, a superfície de apoio deve exercer sobre o corpo, uma força com o mesmo valor mas de sentido contrário. Esta força é chamada **força normal** ou **reacção normal**.

Resumindo:

Força normal, \vec{N} , é a força de reacção que uma determinada superfície exerce sobre o corpo que nela se encontra apoiado.

- Esta força é sempre perpendicular à superfície de apoio, e tem sempre sentido contrário à acção do peso do corpo (figura 1.23 (a) e (b)).
- Tem o seu ponto de aplicação na superfície de apoio do corpo.

Em (a), o módulo da força normal é igual ao módulo da força de gravidade ou ao módulo do peso ($N = m \cdot g$ ou $N = P$), mas em (b) o módulo da normal é igual ao módulo da componente da força de gravidade sobre o eixo y (\vec{F}_{gy}).

De referir que um corpo suspenso não possui normal, porque não está apoiado sobre nenhuma superfície.

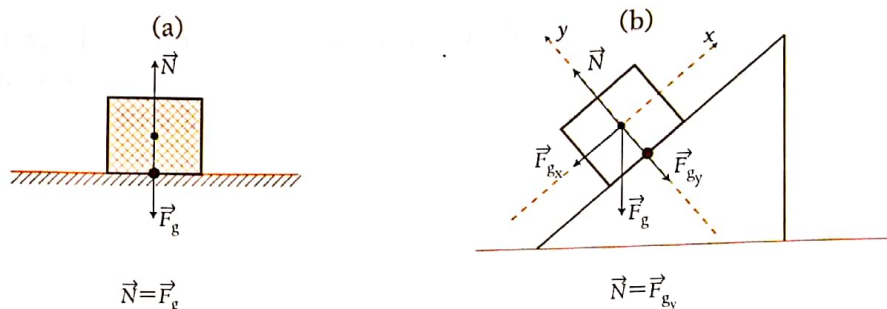


Fig.1.23 Força normal.

Força de tensão

Quando suspendemos um corpo num fio, este estica-se. Isto deve-se à força que o corpo exerce sobre o fio. E mais uma vez, o fio deve reagir com uma força igual à exercida pelo corpo, mas de sentido contrário. A força exercida pelo fio é chamada força normal, que tem o seu ponto de aplicação nas extremidades do fio (figura 1.24).

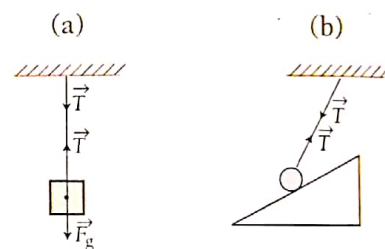


Fig.1.24 Força de tensão.

Força de tensão ou apenas tensão, \vec{T} é a força de reacção de um fio quando está sujeito à acção de uma força externa.

Força de atrito

Da prática sabe-se que é mais fácil escorregar numa superfície lisa do que numa rugosa. Isto deve-se à força de atrito. Por isso,

A força de atrito, \vec{F}_a é a força que se opõe ao movimento do corpo. $\vec{F}_{at} = \mu \cdot \vec{N}$ onde μ é o coeficiente de atrito e \vec{N} é a força de reacção normal.

- Esta força é sempre paralela à superfície onde o corpo se move, e tem sempre sentido contrário ao sentido do movimento do corpo, (figura 1.25 (a) e (b)).

- Tem o seu ponto de aplicação na superfície de apoio do corpo.

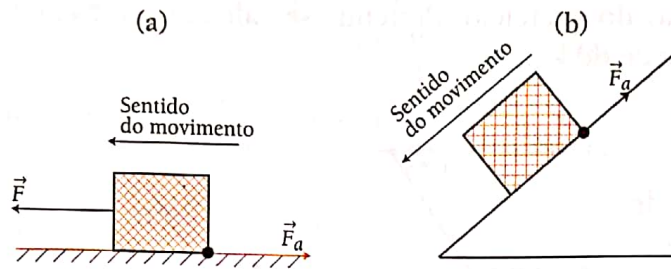


Fig.1.25 Força de atrito.

A expressão para o seu cálculo é:

$$F_a = \mu \cdot N$$

onde:

F_a é a força de atrito, N é a força normal, μ é o coeficiente de atrito, que é uma grandeza adimensional (não tem unidade) e dá-nos a dificuldade que o corpo tem de se movimentar numa determinada superfície. Por exemplo, o coeficiente de atrito numa superfície de vidro é menor do que o de uma superfície de cimento.

Distingue-se ainda:

- O coeficiente de atrito estático μ_e , que é no caso de um corpo que está na eminência de entrar em movimento (quase a entrar em movimento).
- O coeficiente de atrito cinético μ_c , que é no caso de um corpo já em movimento.

Condição de equilíbrio de translação

Diz-se que um corpo executa um movimento de translação, quando ele se desloca de um ponto para outro do espaço, aumentando ou diminuindo a sua distância em relação a um corpo considerado fixo (corpo de referência).

De acordo com a 1.ª Lei de Newton, quando a resultante das forças que actuam sobre um corpo é nula, um corpo em repouso permanece em repouso e um corpo em movimento permanece em movimento rectilíneo com velocidade constante. Como o repouso é uma forma de equilíbrio, podemos afirmar que um corpo observa o equilíbrio de translação, quando a resultante das forças que actuam sobre ele é nula. Assim,

A condição de equilíbrio de translação, diz que a resultante das forças que actuam sobre um corpo deve ser nula.

$$\begin{cases} F_{Rx} = 0 \\ F_{Ry} = 0 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} \sum F_x = 0 \\ \sum F_y = 0 \end{cases}$$

Como vê, também se pode considerar que um corpo está em equilíbrio quando o somatório das forças que actuam sobre ele é nula. Porém, devemos dar o mesmo sinal às forças com o mesmo sentido, e sinal negativo às forças de sentidos contrários.

Aplicação da condição de equilíbrio de translação

Observe a figura 1.26 (a) do exercício. Pretende-se calcular a tensão a que está sujeito cada fio devido à acção da massa de 80 kg.

Na resolução deste tipo de exercícios convém obedecer aos seguintes passos:

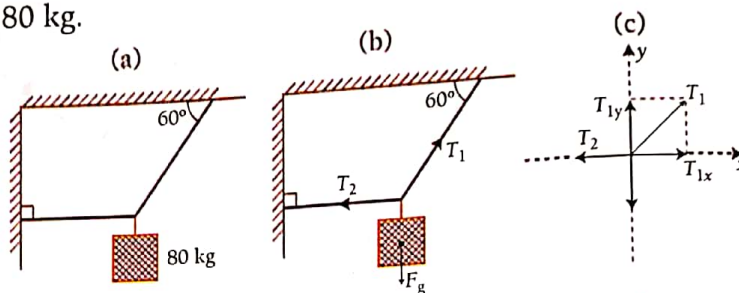


Fig.1.26 Tensão a que está sujeito o fio devido à acção da massa.

1.º Passo

Representar todas as forças que actuam apenas sobre o corpo, veja (figura 1.26 (b)).

2.º Passo

Decompor (a)s força(s), que não coincide(m) com os eixos x e y , (figura 1.26 (c)).

3.º Passo

Aplicar a condição de equilíbrio de translação.

Assim,

$$\begin{cases} F_{Rx} = 0 \\ F_{Ry} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_{1x} - T_2 = 0 \\ T_{1y} - F_g = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_1 \cdot \cos 60^\circ - T_2 = 0 \\ T_1 \cdot \sin 60^\circ - m \cdot g = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_2 = 600\sqrt{3} \text{ N} \\ T_1 = 1200 \sqrt{3} \text{ N} \end{cases}$$

Condição de equilíbrio de rotação

Diz-se que um corpo executa um movimento de rotação quando este se move em torno de um eixo fixo. Porém, antes de vermos a condição de equilíbrio de rotação, necessitamos de abordar uma grandeza física chamada momento de uma força.

Momento de uma força, é uma grandeza vectorial cujo módulo é definido pelo produto entre a força e o braço da força.

O braço de uma força, é a distância entre a linha de acção da força e o eixo de rotação do corpo, (figura 1.27).

Assim, a expressão para o cálculo do momento é:

$$M = F \cdot b$$

Da figura 1.27 temos, $\sin(180^\circ - \alpha) = \frac{b}{r} \Rightarrow b = r \cdot \sin(180^\circ - \alpha) \Rightarrow b = r \cdot \sin \alpha$, porque $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$. Assim, podemos escrever,

$$M = F \cdot r \cdot \sin \alpha$$

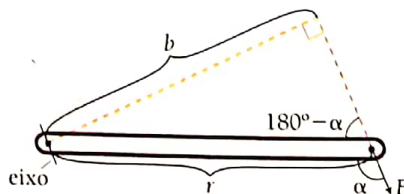


Fig.1.27 Momento de uma força.

A figura 1.28 representa o Mabunda e o Chico a brincarem num baloiço.

Devido à diferença de peso entre os dois, o Mabunda deve estar mais próximo do eixo do baloiço, para que haja equilíbrio. Portanto, o Mabunda aproxima-se do eixo para que os momentos dos dois amigos sejam iguais. Então,

$$M_{P_1} = M_{P_2} \Rightarrow M_{P_1} - M_{P_2} = 0$$

Por palavras, significa que o somatório dos momentos deve ser nulo, para que o baloiço esteja em equilíbrio.

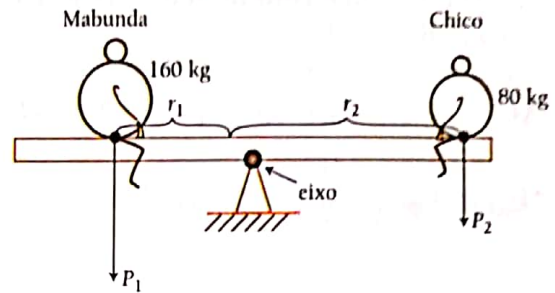


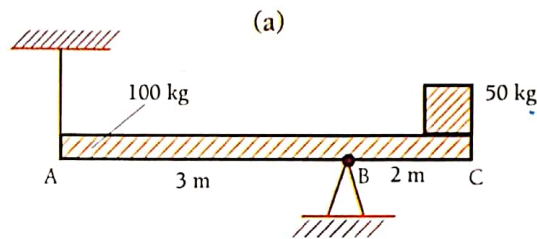
Fig.1.28 O Mabunda e o Chico a brincarem num baloiço.

Aplicação da condição de equilíbrio de rotação

Para que um corpo observe equilíbrio de rotação, o somatório dos momentos das forças que actuam sobre ele deve ser nulo.

$$\Sigma M = 0$$

A figura deste exercício, apresenta uma barra rígida de 100 kg, fixa numa das extremidades num fio e apoiada num ponto B. Na extremidade C da barra encontra-se um bloco de 50 kg. A distância \overline{AB} é de 3 metros e a \overline{BC} é de 2 metros. Nestas condições quer-se saber qual é a força a que está sujeito o fio e a força que a barra exerce sobre o apoio em B.



1.29 Equilíbrio de rotação.

Na resolução deste tipo de exercícios, convém obedecer aos seguintes passos:

1.º Passo

Representar todas as forças que actuam apenas sobre a barra, veja a figura 1.29 (b).

onde:

\vec{T} é a tensão no fio.

\vec{F}_{gb} é a força de gravidade da barra.

\vec{N}_B é a força que a barra exerce sobre o apoio em B (que corresponde à força normal).

P é o peso do bloco.

2.º Passo

Escolher um ponto qualquer da barra, que passa a ser considerado o seu centro de rotação.

Convém escolher um ponto em que se encontra uma das grandezas a ser calculada.

Por isso, neste caso, convém escolher o ponto A ou B. (Vamos então considerar que o eixo da barra se encontra no ponto B).

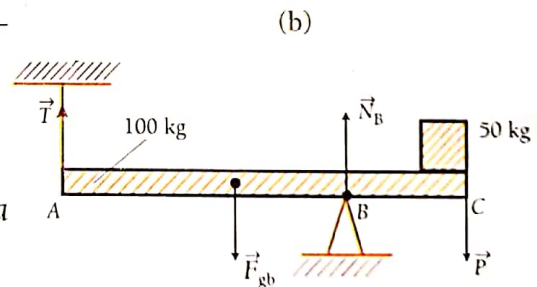


Fig 1.29 Equilíbrio de rotação.

3.º Passo

Calcular o momento de todas as forças que actuam sobre a barra em relação ao eixo escolhido (ponto B).

$$m_b = 100 \text{ kg (massa da barra)}$$

$$m = 50 \text{ kg (massa do bloco)}$$

Assim,

$$M_T = T \cdot \overline{AB} \cdot \text{sen } 90^\circ = T \cdot 3 \cdot 1 = 3T$$

$$M_{F_{gb}} = F_{gb} \cdot \left(\frac{\overline{AC}}{2} - 2 \right) \cdot \text{sen } 90^\circ = m_b \cdot g \cdot \left(\frac{5}{2} - 2 \right) = 100 \cdot 10 \cdot 0,5 = 125 \text{ N}$$

$$M_{NB} = N_B \cdot \overline{BB} \cdot \text{sen } 90^\circ = N_B \cdot 0 \cdot 1 = 0$$

$$M_P = P \cdot \overline{BC} \cdot \text{sen } 90^\circ = m \cdot g \cdot 2 \cdot 1 = 50 \cdot 10 \cdot 2 \cdot 1 = 1000 \text{ N}$$

onde:

M_T é o momento da tensão e \overline{AB} é a distância do ponto de aplicação da tensão ao eixo A.

$M_{F_{gb}}$ é o momento da força de gravidade e $\frac{\overline{AC}}{2}$ é a distância do ponto de aplicação.

da força de gravidade da barra ao eixo B (metade do comprimento da barra).

M_{NB} é o momento da normal em B e \overline{BB} é a distância do ponto de aplicação da normal em B até ao eixo B (que é nula).

M_P é o momento do peso e \overline{BC} é a distância do ponto de aplicação do peso ao eixo A.

Repare que em todos os casos temos seno de 90° , porque todas as forças são perpendiculares à barra.

4.º Passo

Escolher o sentido de rotação positivo da barra sobre o eixo escolhido.

O sentido de rotação pode ser o horário ou anti-horário. Na figura 1.29 (c) foi escolhido o sentido horário como o sentido de rotação positivo.

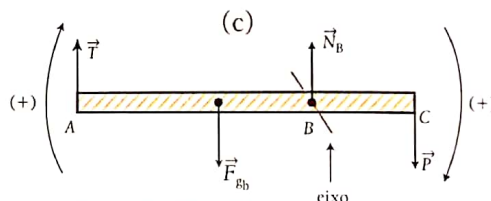


Fig.1.29 Equilíbrio de rotação.

Regra dos sinais do momento (convenção de sinais)

- As forças cuja acção (sozinha) sobre a barra iriam provocar uma rotação da barra no sentido horário, em torno do ponto B, têm um momento positivo.
- As forças cuja acção (sozinha) sobre a barra iriam provocar uma rotação da barra no sentido anti-horário, em torno do ponto B, têm um momento negativo.

Se tivéssemos escolhido o sentido anti-horário como o sentido de rotação positivo, a regra dos sinais iria inverter-se.

5.º Passo

Aplicar a condição de equilíbrio de rotação, tendo em conta a regra dos sinais dos momentos de cada força, explicada no 4.º passo.

Assim,

$$\Sigma M = 0$$

$$\Rightarrow MT - M_{NB} + N_B + M_P = 0$$

$$\Rightarrow 3T - 1250 + 0 + 1000 = 0 \Rightarrow 3T = 250 \Rightarrow T = \frac{250}{3}$$

$$\Rightarrow T = 83,3 \text{ N}$$

6.º Passo

Aplicar a condição de equilíbrio de translação.

Regra dos sinais das forças

- Se considerarmos positivas as forças que actuam para cima, então as forças que actuam para baixo são negativas, ou vice-versa.

Assim,

$$\Rightarrow T - F_{g_b} + N_B - P = 0 \quad \Rightarrow \begin{cases} F_{Rx} = 0 \\ F_{Ry} = 0 \end{cases}$$

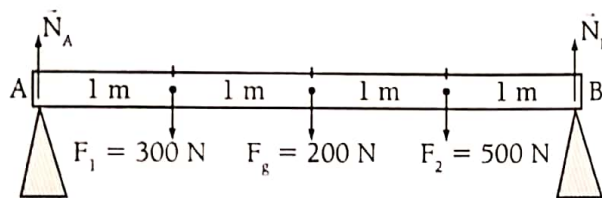
$$\Rightarrow 83,3 - m_b \cdot g + N_B - m \cdot g = 0$$

$$\Rightarrow N_B = -83,3 + 100 \times 10 + 50 \times 10 = 1416,7 \text{ N}$$



Exercício resolvido

1. Analise a figura e determine as forças suportadas pelos apoios A e B



Resolução

$$\textcircled{1} \sum \vec{F}_y = 0 \Rightarrow N_A + N_B = F_1 + F_g + F_2 \Rightarrow N_A + N_B = 1000$$

$$\textcircled{2} \sum \vec{M}_F^A = 0 \Rightarrow \vec{M}_A^A + \vec{M}_1^A + \vec{M}_g^A + \vec{M}_2^A + \vec{M}_B^A = 0$$

$$- F_1 \cdot b_1 - F_g \cdot b_g - F_2 \cdot b_2 + N_B \cdot b_B = 0$$

$$- 300 \cdot 1 - 200 \cdot 2 - 500 \cdot 3 + 4 \cdot N_B = 0$$

$$- 300 - 400 - 1500 = - 4 N_B$$

$$N_B = \frac{2200}{4} = 550 \text{ N}$$

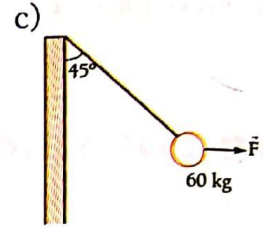
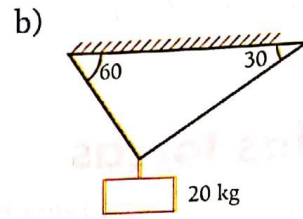
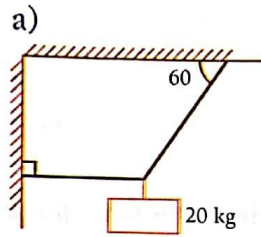
Da equação $\textcircled{1} \Rightarrow N_A + N_B = 1000$

$$N_A + 550 = 1000$$

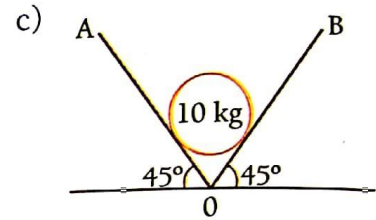
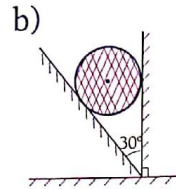
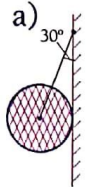
$$N_A = 450 \text{ N}$$



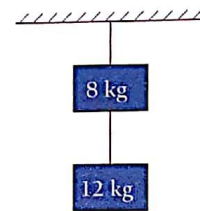
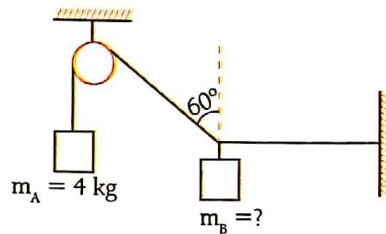
15. Observe as figuras dadas e determine a tensão nos fios e o valor da força \vec{F} .



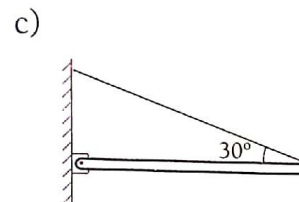
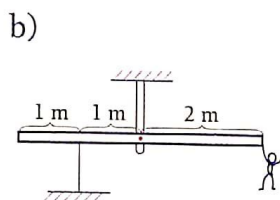
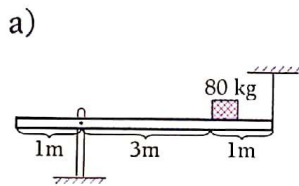
16. Para os seguintes casos, determine a direcção, o sentido e o módulo de todas as forças que actuam sobre a esfera de 40 kg.



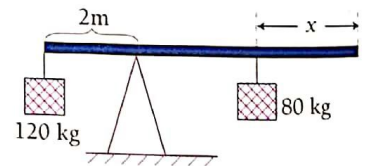
17. De acordo com as condições da figura, determine a tensão nos fios.



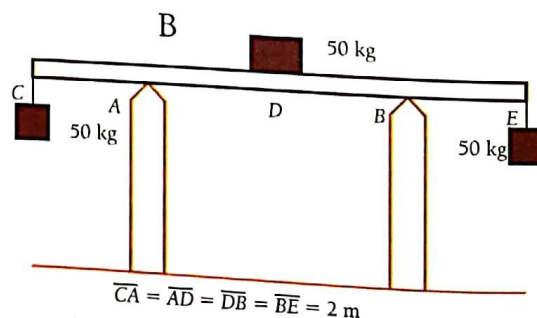
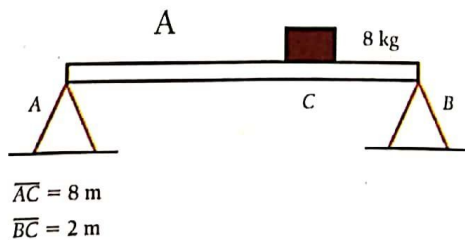
18. Nos casos seguintes, determine a tensão e a força que a barra homogénea de 20 kg exerce sobre a articulação.



19. Uma barra de 4 metros de comprimento e 90 kg de massa, deve ser colocada em equilíbrio tal como indica a figura. Calcule a distância x para que se observe o equilíbrio da barra. Determine também a reacção do apoio sobre a barra.



20. As barras dos exercícios que se seguem são homogéneas e têm uma massa de 200 kg. Determine as forças exercidas sobre os apoios A e B.



Dinâmica

Na Dinâmica estuda-se a relação entre força e movimento, porque as forças são a causa do movimento dos corpos.

O estudo da Dinâmica resume-se às três Leis de Newton.

1.ª Lei de Newton ou Princípio da Inércia

Da prática, sabe-se que se não aplicarmos uma força a um corpo, ele não entrará, por si só, em movimento. Porém, se o mesmo corpo estiver em movimento rectilíneo uniforme, ele não cessará o seu movimento enquanto não se aplicar uma força sobre ele. Por isso:

1.ª Lei de Newton – Na ausência de forças, ou quando a resultante das forças que actuam sobre um corpo é nula, um corpo em repouso permanece em repouso e um corpo em movimento permanece em movimento rectilíneo e uniforme numa trajectória rectilínea e com velocidade constante.

Certamente que já deve ter reparado que quando se encontra dentro de um autocarro, por exemplo, se este arrancar bruscamente, as pessoas dentro do autocarro movem-se para trás. Porém, se o autocarro estiver em movimento e travar bruscamente, as pessoas no seu interior vão para a frente. Este fenómeno é consequência da inércia (figura 1.30).



Fig.1.30 1.ª Lei de Newton.

2.ª Lei de Newton ou Princípio Fundamental da Dinâmica

Do seu dia-a-dia sabe que quanto maior é a força que aplica ao chutar uma bola, esta sai com maior velocidade e consequentemente com uma maior aceleração. Isto significa que a aceleração imprimida a um corpo é tanto maior quanto maior for o valor da força aplicada sobre ele.

2.ª Lei de Newton – A resultante das forças que actuam sobre um corpo é directamente proporcional à aceleração que o mesmo corpo adquire. ($F_R \sim a$)

Como consequência da 2.ª Lei de Newton podemos escrever a equação:

$$\vec{F}_R = m \cdot \vec{a}$$

Os gráficos da figura 1.31, estão de acordo com a 2.^a Lei de Newton, porque quando duas grandezas são directamente proporcionais, o gráfico deve ser uma linha recta. Como vê, quanto maior é a inclinação da recta, maior é a massa do corpo envolvido.

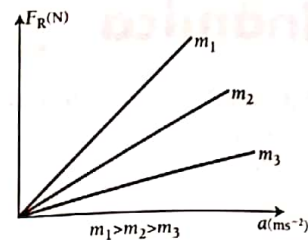


Fig.1.31 2.^a Lei de Newton.

3.^a Lei de Newton ou Princípio de Acção e Reacção

Certamente que já chutou uma bola contra uma parede e verificou que a bola, após chocar com a parede, volta. Isto acontece porque quando a bola choca com a parede, exerce uma força com a parede, volta. Isto acontece porque quando a bola choca com a parede, exerce uma força contra esta. Mas, por sua vez, a parede também aplica sobre a bola uma força com o mesmo valor mas de sentido contrário. Este é o conhecido *Princípio de Acção e Reacção*. Assim,

3.^a Lei de Newton – Para cada acção há sempre uma reacção igual mas directamente oposta.

O voo dos aviões baseia-se nesta lei, porque quando as hélices ou as turbinas do avião expellem o ar para trás, o avião vai para a frente devido à reacção igual e directamente oposta. O mesmo acontece com a hélice dum helicóptero, que expelle o ar para baixo e como reacção o aparelho sobe, (figura 1.32 (a) e (b)).

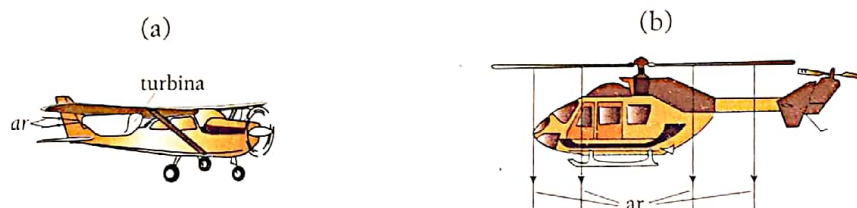


Fig.1.32 3.^a Lei de Newton.

Aplicação das leis de Newton

As leis de Newton podem ser aplicadas na resolução de exercícios concretos como o da figura que se segue. Neste caso pretende-se saber qual é a aceleração do sistema sabendo que entre o corpo A e a mesa, o coeficiente de atrito vale 0,25.



Fig.1.33 Aplicação das leis de Newton.

Na resolução deste tipo de exercícios é aconselhável aplicar os seguintes passos:

1.^o Passo

Representar todas as forças que actuam sobre os dois corpos, (figura 1.33(b)).

2.º Passo

Aplicar a 2.ª Lei de Newton para os dois corpos.

Assim,

$$\begin{cases} T - F_a = m_A \cdot a \\ F_{gB} - T = m_B \cdot a \end{cases} \Rightarrow T - F_a + F_{gB} - T = m_A \cdot a + m_B \cdot a$$

$$\Rightarrow F_{gB} - F_a = a(m_A + m_B) \Rightarrow m_B \cdot g - \mu \cdot N_A = a(m_A + m_B)$$

$$\Rightarrow a = 2,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\Rightarrow T - F_a = m_A \cdot a$$

$$\Rightarrow T = m_A \cdot a + \mu \cdot N_A \Rightarrow T = m_A \cdot a + \mu \cdot m_A \cdot g$$

$$\Rightarrow T = 30 \text{ N}$$

Nota:

Para o cálculo da tensão, pode-se usar qualquer das equações.

Forças no movimento circular

Já se deve ter apercebido que quando um carro descreve uma curva, a tendência dos seus ocupantes é de serem projectados para fora da curva.

Este é mais um fenómeno da Natureza que intrigou e ainda intriga o Homem actual. Porém, a sua explicação tem criado muitas discussões, pois sempre se tentou explicar este fenómeno através da introdução de novas forças, que são a força centrípeta e centrífuga. Mas esta explicação entra em contradição com a prática, porque se imaginarmos um corpo amarrado a um fio, executando um movimento circular, ao ser largado no ponto A, da figura 1.34, ele deveria mover-se para cima devido à acção da força centrífuga. Porém, a prática mostra que se largarmos o fio quando o corpo se encontra no ponto A, ele vai para a direita, num sentido tangente à trajectória.

Portanto, a força centrípeta não é uma nova força, mas apenas a resultante de forças que já conhecemos, tais como, a força de tensão, a força de atrito, a força de gravidade, etc.

O sentido da força centrípeta é sempre em direcção ao centro da trajectória do movimento.

Sendo a força centrípeta uma força resultante ($F_R = F_C$), então podemos aplicar a 2.ª Lei de Newton. Assim,

$$\vec{F}_c = m \cdot \vec{a}$$

Mas como a **aceleração** «a» no movimento circular uniforme é igual à aceleração centrípeta « a_c », e como já vimos que, $a_c = \frac{v^2}{R}$ ou $a_c = \omega^2 \cdot R$, então,

$$F_c = \frac{m \cdot v^2}{R} \text{ ou } F_c = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

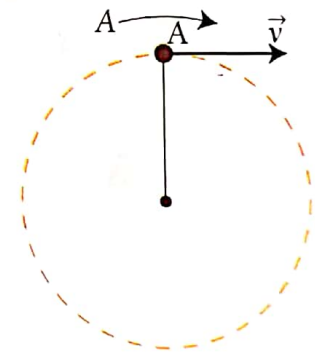


Fig.1.34 Forças no movimento circular.

UNIDADE 1

A figura 1.35 (a), (b), (c), (d) e (e), apresenta exemplos práticos em que podemos determinar o valor da força centrípeta.

Repare que nas figuras não está representada a força centrípeta, porque ela não é nenhuma nova força, mas apenas a resultante das forças existentes em cada caso.

Hoje sabe-se que a força centrífuga não existe, sendo a força centrípeta a resultante das forças que actuam sobre um corpo que executa um movimento circular. Assim,

A força centrípeta ou reacção centrípeta, é a resultante das forças que actuam sobre um corpo que descreve uma trajectória curvilínea.

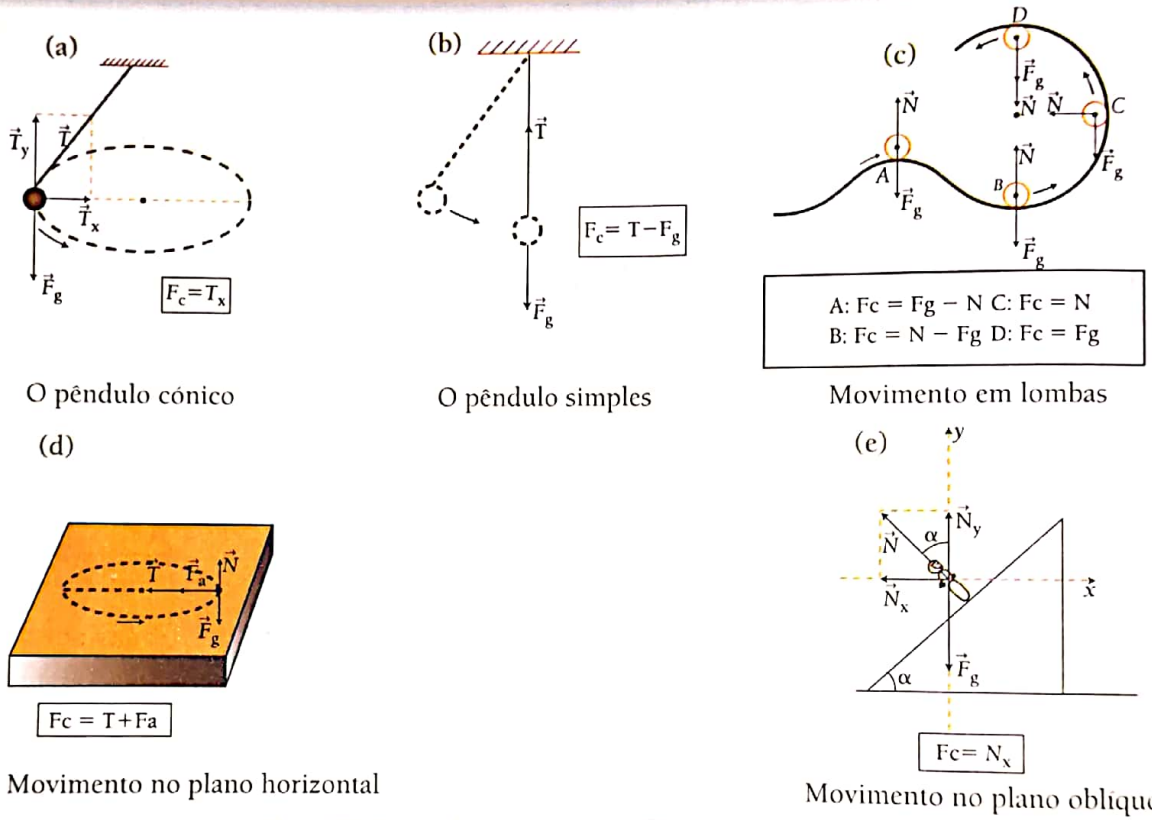
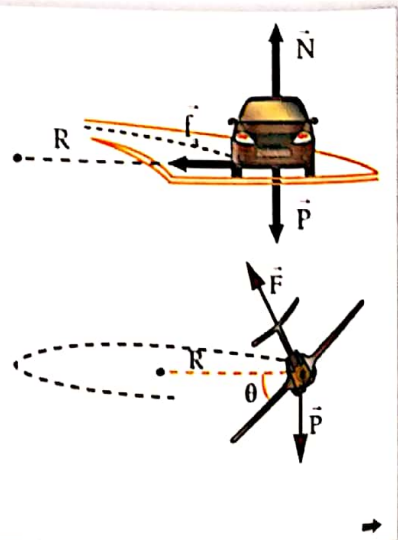


Fig.1.35 Exemplo para o cálculo da força centrípeta.

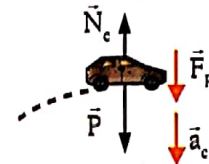
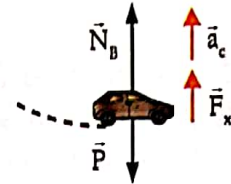
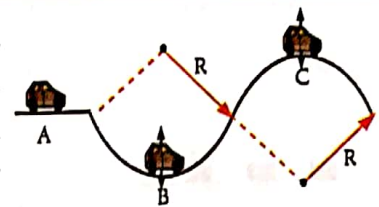
Exemplos

1. Quando um carro realiza uma curva horizontal actuam sobre ele as forças Peso (\vec{P}), Reacção Normal (\vec{N}) e a Força de Atrito (\vec{f}_{at}). Ao representarmos essas forças verifica-se que a força de atrito é a única que actua na direcção do centro e apontando para ele, logo poderá ser chamada de resultante centrípeta.
2. Num avião realizando uma curva horizontal pode-se verificar a acção de duas forças sobre ele que são: a Força Peso (\vec{P}) e a Força Sustentação (\vec{F}). É possível observar que nenhuma delas aponta para o centro. Logo, devemos projectar uma delas para o centro de acordo com a conveniência. Neste exemplo a força que tem uma de sua projecções passando pelo centro da curva é a Força de Sustentação.

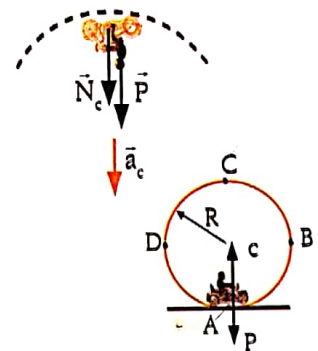


3. Ao passar por uma depressão ou lombada, pode-se considerar que actuam as forças Peso (P) e Normal (N) na direcção vertical. Nesse caso deve-se calcular a resultante centrípeta sem esquecer que a mesma deve ter seu sentido voltado para o centro da curva, logo temos duas situações possíveis:

- Ao passar pela parte de baixo da lombada (ponto B), a força N_B aponta para o centro da circunferência. De acordo com a 2.ª Lei de Newton: $N - P = m \cdot a_c \Rightarrow N - P = m \cdot \frac{v^2}{r}$
- Ao passar pela parte de cima da lombada (ponto C), a força Peso aponta para o centro da circunferência. De acordo com a 2.ª Lei de Newton: $P - N = m \cdot a_c \Leftrightarrow P - N = m \cdot \frac{v^2}{r}$



4. **Globo da morte:** a determinação da Resultante Centrípeta depende da posição em que o conjunto «moto + piloto» está. Caso seja no topo do globo temos a situação ilustrada ao lado. Pela 2.ª Lei de Newton, teremos então $P + N = m \cdot a_c \Rightarrow P + N = m \cdot \frac{v^2}{r}$

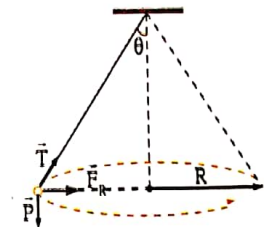


Já, na parte inferior do globo, teremos:

$$N - P = m \cdot a_c \Leftrightarrow N - P = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

5. **Pêndulo cônico:** no pêndulo cônico da figura ao lado, observa-se que duas forças actuam sobre a massa pendular: Tensão no fio (T) e Peso do corpo (P). Nenhuma delas passa da curva descrita no plano vertical. Logo, o procedimento é a decomposição daquela que permita uma projecção para o centro curva, no caso a força de Tensão. Verifica-se que a componente T_x da tensão é a força resultante que actua no sistema. Sendo assim:

$$T_x = m \cdot a_c \Leftrightarrow T_x = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

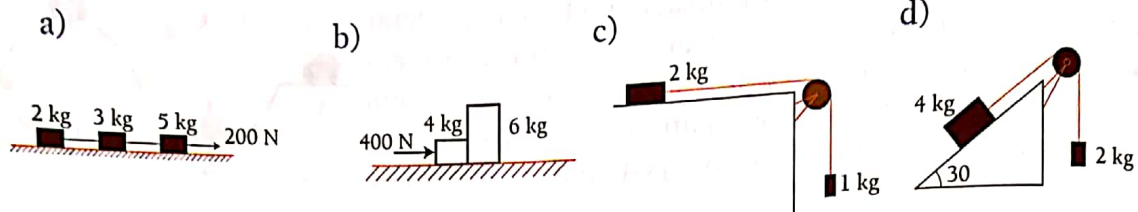


Como vê, no caso do pêndulo cônico, a força centrípeta é igual à componente horizontal da tensão. Mas no caso do pêndulo simples, a força centrípeta é igual à diferença entre a tensão e a força de gravidade (para a posição de equilíbrio), ou tensão e a projecção da \vec{F}_g sobre a normal (para qualquer outra posição).

Regra dos sinais: convém considerar positiva a força que aponta em direcção ao centro da trajectória, que neste caso é a tensão.

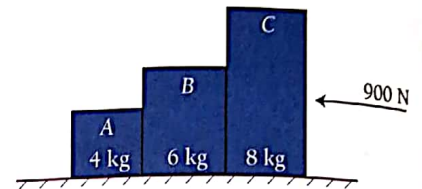
Com base na regra dos sinais que acabámos de estabelecer é fácil explicar a proveniência das equações nos outros casos.

21. Dados os seguintes sistemas, calcule a aceleração dos blocos e a tensão nos fios.



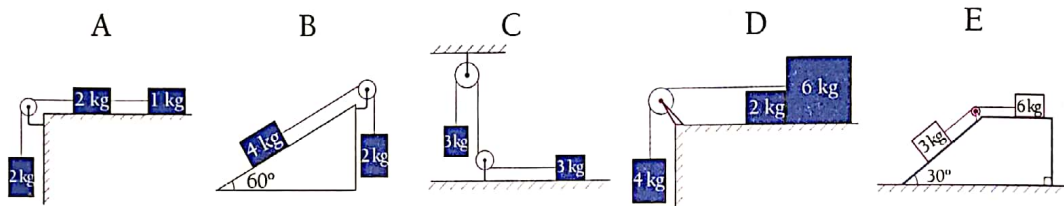
22. Dado o seguinte sistema:

- Represente todas as forças que actuam sobre os corpos.
- Calcule a aceleração do sistema desprezando o atrito.
- Calcule a força que o corpo C exerce sobre B e que o corpo A exerce sobre B.



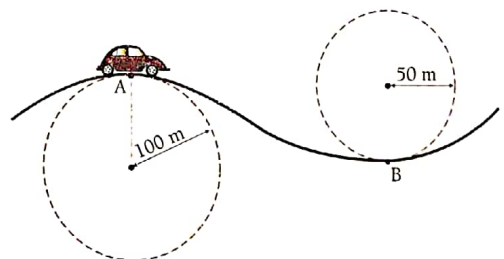
23. Observe os sistemas seguintes e calcule:

- A aceleração e a tensão no(s) fio(s) de cada sistema desprezando o atrito.
- A aceleração e a tensão no(s) fio(s) de cada sistema se o coeficiente de atrito for igual a 0,1.



24. Um carro de 1,6 toneladas, viaja a uma velocidade constante de 108 km/h, numa lombada, como mostra a figura.

- Represente todas as forças que actuam sobre o carro.
- Calcule a força que o carro exerce sobre o pavimento da estrada em A e B.



25. Num fio de 40 cm de comprimento, suspende-se um corpo de 200 g, e faz-se girar como um pêndulo cónico. Sabendo que o fio se rompe para tensões superiores a 10 N, calcule:

- A velocidade angular máxima que o corpo pode ter sem que se rebente o fio.
- O ângulo formado pelo fio e a vertical.

26. Calcule a velocidade máxima com que um automóvel pode descrever, com segurança, uma curva horizontal de 200 m de raio:

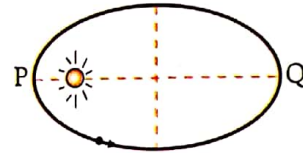
- Se o asfalto estiver seco ($\mu = 0,75$).
- Se o asfalto estiver molhado ($\mu = 0,50$).
- Se o asfalto estiver coberto de gelo ($\mu = 0,25$).



27. Duas, das luas de Júpiter, têm raios das órbitas que diferem entre si, por um factor de 2. Qual a razão entre os seus períodos de revolução?
 A. 2,83 B. 0,71 C. 2,00 D. 0,35

28. A figura abaixo representa a órbita elíptica de um cometa em torno do Sol. Em relação aos módulos das velocidades do cometa nos pontos P e Q, v_P e v_Q e aos módulos das acelerações nesses pontos, a_P e a_Q , podemos afirmar que:

- a) $v_P < v_Q$ e $a_P < a_Q$ b) $v_P < v_Q$ e $a_P > a_Q$
 c) $v_P = v_Q$ e $a_P = a_Q$ d) $v_P > v_Q$ e $a_P > a_Q$



29. A Terceira Lei de Kepler afirma, no caso de planetas de órbita circular, que o quadrado do tempo gasto para dar uma volta completa em torno do Sol é proporcional ao cubo do raio da órbita dessa planeta. Sabendo que o movimento desses planetas é uniforme, pode-se concluir que, para eles, sua velocidade na órbita em torno do Sol é:

- A. Directamente proporcional ao raio da órbita.
 B. Inversamente proporcional ao raio da órbita.
 C. Inversamente proporcional ao quadrado do raio da órbita.
 D. Directamente proporcional ao quadrado do raio da órbita.

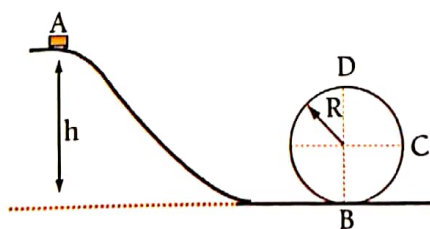
30. No sistema solar, um planeta em órbita circular de raio R demora 2 anos terrestres para completar uma revolução. Qual o período de revolução de outro planeta em órbita de raio 2R?

31. A força de atracção gravitacional entre dois astros tem módulo igual a F. Se as massas dos dois astros fossem duplicadas, qual seria o módulo da força de atracção gravitacional entre eles, considerando constante a distância que o separa?

- A. F B. 2F C. 4F D. F/2

32. A montanha-russa de um parque de diversão, esquematizada na figura, foi projectada com segurança para que a força resultante sobre um carrinho de massa m, ao passar pelo ponto C num trilho circular de raio R, fosse de, $m \cdot g \cdot \sqrt{17}$ após ter sido abandonado no ponto A. Sendo assim determine:

- a) A altura h em função do raio R do trilho.
 b) A força exercida pelo trilho sobre o carrinho no ponto D, em função de m e g.





OBJECTIVOS

O aluno deve ser capaz de:

- Aplicar a equação do trabalho mecânico na resolução de exercícios concretos.
- Interpretar o gráfico da força em função da posição em situações do dia-a-dia.
- Aplicar os conceitos de energia potencial gravitacional e elástica, cinética e mecânica na resolução de exercícios concretos.
- Aplicar a lei e conservação da energia mecânica na resolução de exercícios concretos.
- Aplicar os conceitos de impulso e quantidade de movimento na resolução de exercícios concretos.
- Interpretar o gráfico da força em função do tempo.
- Aplicar a lei de conservação da quantidade de movimento na resolução de exercícios concretos.

Trabalho,
Choques e Energia

UNIDADE 2

CONTEÚDOS

- Equação e gráfico do trabalho mecânico.
- Energia potencial gravitacional e elástica, cinética e mecânica.
- Lei de conservação da energia mecânica.
- Impulso e quantidade de movimento.

Pág. 48 a 57

Trabalho e Energia

O trabalho mecânico é a grandeza física que é definida pela relação:

$$W = F \cdot \Delta x \cos \alpha$$

onde:

F é a força constante aplicada ao corpo, Δx é o deslocamento sofrido pelo corpo e α é o ângulo entre a força e o sentido de deslocamento do corpo (figura 2.1).

O trabalho mecânico pode ser calculado com base na área subentendida pelo gráfico da força em função da posição (figura 2.2). Assim, a área subentendida pelo gráfico da força em função da posição é igual ao trabalho realizado pela força.

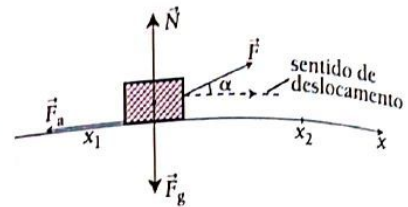


Fig.2.1 Trabalho mecânico.

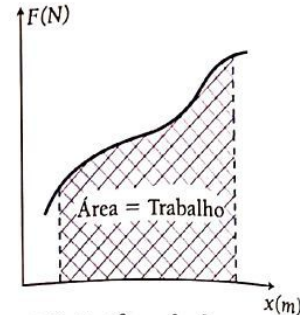


Fig.2.2 Gráfico da força em função da posição.

Aplicações da equação do Trabalho

A equação do trabalho mecânico pode ser usada para deduzir a expressão da energia cinética e potencial.

Trabalho realizado pela resultante dum sistema de forças

A figura 2.3 representa um corpo que é deslocado de uma posição x_1 para uma posição x_2 , sob a acção de uma força constante (a resultante) no sentido do movimento do corpo. Então,

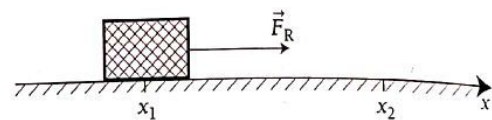


Fig.2.3 Trabalho de força resultante.

$$W = F_R \cdot \Delta x \cdot \cos \alpha \Rightarrow W = m \cdot a \cdot \Delta x \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow W = m \cdot a \cdot \Delta x \text{ porque } F_R = m \cdot a \text{ e } \alpha = 0^\circ.$$

$$\text{Da equação: } x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow \Delta x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$\text{e da equação: } v = v_0 + a t \Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}, \text{ podemos escrever,}$$

$$\Delta x = \frac{v_0(v - v_0)}{a} + \frac{a(v - v_0)^2}{2 \cdot a^2}. \text{ Desenvolvendo a expressão, acabamos obtendo a expressão, conhecida como equação de Torricelli:}$$

$$v^2 = v_0^2 - 2a\Delta x$$

Com base na última equação podemos escrever: $a = \frac{v^2 - v_0^2}{-2\Delta x}$. Assim, substituindo na equação $W = m \cdot a \cdot \Delta x$ obtemos a equação:

$$W = m \frac{v^2 - v_0^2}{-2\Delta x} \Delta x \Rightarrow W = - \frac{m v_0^2}{2}$$

Os termos $\frac{mv^2}{2}$ e $\frac{m \cdot v_0^2}{2}$ da equação anterior definem uma nova grandeza física, a energia cinética:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

Então podemos escrever: $W = E_{cf} - E_{ci}$

Assim:

$$W = \Delta E_c$$

O trabalho realizado pela resultante dum sistema de forças aplicadas sobre um corpo é igual à variação da energia cinética desse mesmo corpo.

A energia cinética, é a energia mecânica que um corpo possui devido ao seu movimento.

A energia cinética é também designada energia de movimento, pois ela depende da velocidade para além da massa do corpo.

Trabalho realizado pela força de gravidade

A figura 2.3 representa um corpo que é elevado da posição y_1 para a posição y_2 , com velocidade constante.

De acordo com a 1.ª Lei de Newton, se o corpo se move com velocidade constante, significa que a resultante das forças que actuam sobre o corpo é nula. Assim, $F - F_g = 0 \Rightarrow F = F_g$.

Mas como F e F_g têm sentidos contrários, significa que a força de gravidade é negativa. Logo,

$$\Rightarrow W = -F_g \Delta y \cos \alpha \Rightarrow W = -m \cdot g (y_2 - y_1) \Rightarrow$$

$$W = -(mgy_2 - mgy_1).$$

Assim define-se a energia potencial gravitacional pela expressão:

$$\text{Então, } E_p = -mgy \text{ ou } E_p = -mgh$$

Assim,

$$W = -\Delta E_p$$



Fig.2.3 Trabalho de força resultante.

A energia potencial gravítica é a que um corpo possui devido à sua posição em relação ao solo.

O trabalho da força de gravidade é igual à variação da energia potencial mas de sinal contrário.

A energia potencial gravítica é também chamada energia de posição.

Trabalho da força elástica

A Lei de Hooke estabelece que a força elástica é directamente proporcional à deformação sofrida pelo corpo.

Por isso, o gráfico da força elástica em função da elongação ou deformação sofrida pela mola deve ser uma linha recta.

UNIDADE 2

Mas, já sabemos que a área subentendida pelo gráfico $F(x)$ é igual ao trabalho realizado pela força. Então, com base no gráfico da figura 2.4 podemos escrever:

$$W = \frac{F \cdot x}{2}, \text{ porque a área é a de um triângulo.}$$

Mas de acordo com a Lei de Hooke, $F = k \cdot x$ vem

$$W = \frac{1}{2} k \cdot x^2. \text{ Esta é a expressão da energia potencial}$$

elástica, porque é a energia contida na mola devido ao seu estado de deformação. Assim,

$$E_P = \frac{1}{2} kx^2$$

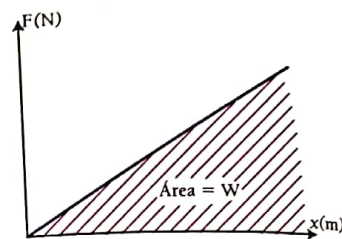


Fig.2.4 Trabalho da força elástica.

A energia potencial elástica é a energia que um corpo elástico possui devido à sua deformação.

Energia Mecânica

A energia mecânica é a soma das energias cinética e potencial de um corpo.

A expressão para o seu cálculo é:

$$E_M = E_C + E_P$$

Lei de Conservação da Energia Mecânica

«Na Natureza a energia não se cria nem se destrói, apenas se transforma.» Esta é a formulação mais comum da Lei de Conservação de Energia. Na mecânica esta formulação toma uma forma ligeiramente diferente. Porém, é importante reter que a energia mecânica de um corpo não se pode criar ou destruir, mas transformar-se noutra forma de energia.

Assim, a energia cinética pode-se transformar em energia potencial e vice-versa. No entanto, se não existirem forças dissipativas, como a força de atrito, a energia mecânica de um corpo permanece constante.

Lei de Conservação de Energia Mecânica – Na ausência de forças dissipativas, a energia mecânica de um corpo permanece constante.

$$\text{Assim, } E_M = \text{const.} \Rightarrow E_{M_A} = E_{M_B}$$

$$E_{C_A} + E_{P_A} = E_{C_B} + E_{P_B}$$

onde:

A e B são duas posições que o corpo ocupa.

No caso de existirem forças dissipativas, a equação toma a forma: $E_M = E_C + E_P + Q$

onde:

Q é a energia dissipada na forma de calor.

A energia dissipada na forma calorífica é igual, em módulo, ao trabalho da força de atrito. Por isso,

$$Q = W_{Fa}$$

O trabalho da força de atrito, por sua vez, pode ser calculado pela expressão,

$$W_{Fa} = F_{at} \cdot \cos 180^\circ \cdot \Delta x, \text{ sendo, } F_{at} = \mu \cdot N$$

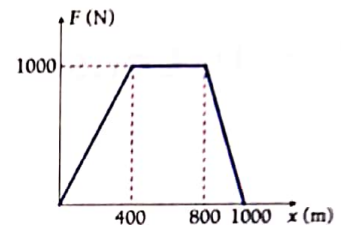
onde:

μ é o coeficiente de atrito, N é a força normal e Δx é o deslocamento.



Exercício resolvido

1. O gráfico representa a força do motor de um automóvel de 1,5 toneladas em função da posição.
 - a) Indique em que intervalo, o movimento é uniformemente acelerado.
 - b) Determine a aceleração do automóvel a 500 metros da origem.
 - c) Calcule o trabalho realizado pelo motor durante todo o trajecto.



Resolução

1. a) O movimento é uniformemente acelerado no intervalo $x = 400$ m a $x = 800$ m porque a força actuante é constante.

$$b) F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{1000}{1500} \approx 0,67 \text{ m/s}^2$$

$$c) W = \text{Área do Trapézio} = \frac{(B+b)}{2} \cdot h = 700\,000 \text{ J} = 700 \text{ kJ}$$

Impulso e Quantidade de Movimento

Da 2.ª Lei de Newton temos,

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = \frac{m\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow F\Delta t = m \cdot (v - v_0)$$

Assim se define a grandeza impulso I como $I = F\Delta t$

Sendo que F e I são grandezas vectoriais, logo: $\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t$

Então, $I = m \cdot v - m \cdot v_0$. Assim, podemos definir a quantidade de movimento p ou momento linear pela expressão,

$$p = mv$$

Como a v é grandeza vectorial, a p também é donde: $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

Logo, da equação $I = mv - mv_0$, podemos escrever,

$$I = \Delta p \quad \text{ou} \quad \vec{I} = \Delta \vec{p}$$

Ou seja,

O impulso é igual à variação da quantidade de movimento do corpo.

A unidade do impulso no SI é o $N \cdot s$ e da quantidade de movimento é o $kgms^{-1}$.

Da equação $\vec{I} = \vec{F}\Delta t$, significa que o impulso tem a mesma direcção e o mesmo sentido que a força \vec{F} .

A área subentendida pelo gráfico da força em função do tempo $F(t)$ é igual ao impulso (figura 2.5).

Da equação $\vec{p} = m \Delta \vec{v}$, significa que a quantidade de movimento tem a mesma direcção e o mesmo sentido que a velocidade \vec{v} .

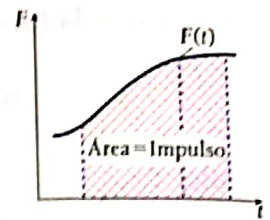


Fig.2.5 Gráfico $F(t)$.

Lei da Conservação do Momento Linear

A condição fundamental para que o momento linear de um corpo seja constante, é a ausência de forças externas.

Lei da Conservação do Momento Linear – Na ausência de forças externas, ou seja, quando a resultante das forças externas é nula, o momento linear de um sistema de partículas é constante.

$$\text{Assim, } \vec{p} = \text{constante} \Rightarrow \vec{p}_{\text{inicial}} = \vec{p}_{\text{final}}$$

$$\Rightarrow \vec{p}_{1i} + \vec{p}_{2i} + \dots + \vec{p}_{ni} = \vec{p}_{1f} + \vec{p}_{2f} + \dots + \vec{p}_{nf}$$

Choques ou Colisões

Considera-se choque ou colisão, a interacção bastante curta (na ordem de alguns décimos ou centésimos de segundo) que resulta da aproximação entre dois ou mais corpos.

Choque perfeitamente inelástico

Choque perfeitamente inelástico é aquele em que após o choque, os corpos se movem conjuntamente e com a mesma velocidade (figura 2.6), verificando-se uma diminuição de E_c .

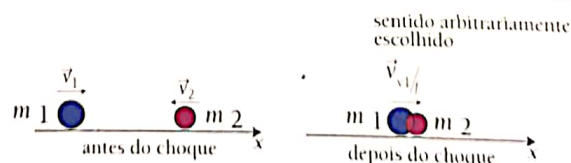


Fig.2.6 Choque perfeitamente inelástico.

Note que durante uma colisão inelástica:

- Há dissipação de energia cinética na forma de calor devido à deformação sofrida pelos corpos.
- Não é válida a Lei de Conservação de Energia (devido à existência de forças dissipativas).
- É válida a Lei de Conservação do Momento Linear. Assim,

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

- No caso de um choque inelástico oblíquo, (Fig.2.7), recorre-se ao sistema de equações que resulta da aplicação da Lei de Conservação do Momento Linear no sentido dos dois referenciais ortogonais x e y .

$$\begin{cases} m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) v_x \\ m_1 v_{1y} + m_2 v_{2y} = (m_1 + m_2) v_y \end{cases}$$

com $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$.

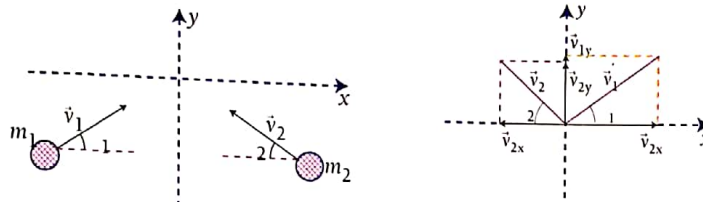


Fig.2.7 Choque inelástico oblíquo.

A energia dissipada durante uma colisão é a diferença entre a energia cinética total antes da colisão e a energia cinética total depois da colisão.

A velocidade relativa de aproximação, antes da colisão é igual à velocidade relativa de recessão (afastamento) após a colisão, mas de sinal contrário.

Choque elástico

Choque elástico é aquele que após a colisão, os corpos se movem separadamente (normalmente com velocidades diferentes), figura 2.8 conservando-se a energia cinética do sistema (E_c total).

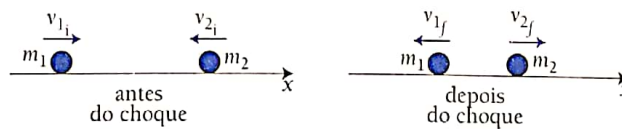


Fig.2.8 Choque elástico.

Note-se que, durante uma colisão elástica:

- Não há dissipação de energia cinética na forma de calor.
- É válida a Lei de Conservação de Energia (porque não existem forças dissipativas).
- É válida a Lei de Conservação do Momento Linear

A velocidade relativa da aproximação, antes da colisão, é igual à velocidade relativa de recessão (afastamento) após a colisão, mas de sinal contrário.

Assim, na resolução de exercícios concretos sobre colisões elásticas é mais cómodo usar o sistema de equações:

- Conservação de movimento linear.
- Conservação de energia cinética.

$$\begin{cases} m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f} \\ v_{1i} - v_{2i} = -(v_{1f} - v_{2f}) \end{cases}$$

ou

$$\begin{cases} m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \\ v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2) \end{cases}$$

onde:

v_1 e v_2 são as velocidades antes da colisão e u_1 e u_2 são as velocidades depois da colisão. Este sistema de equação pode ser deduzido com base nas Leis de conservação de energia e da quantidade de movimento.

Vejam os:

$$\begin{cases} \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \\ m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 u_1 + m_2 u_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} m_1 (v_1^2 - u_1^2) = \frac{1}{2} m_2 (u_2^2 - v_2^2) \\ m (v_1 - u_1) = m (u_2 - v_2) \end{cases}$$

Simplificando $\frac{1}{2}$ em ambos os membros e em seguida dividimos a equação de cima pela de baixo. Assim,

$$\frac{m_1 (v_1 - u_1)(v_1 + u_1)}{m_1 (v_1 - u_1)} = \frac{m_2 (u_2 - v_2)(u_2 + v_2)}{m_2 (u_2 - v_2)}$$

$$\Leftrightarrow v_1 + u_1 = u_2 + v_2$$

$$\Leftrightarrow v_1 - v_2 = -(u_1 + u_2) \quad \text{c.q.d}$$



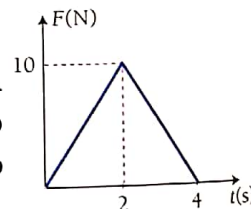
Exercícios resolvidos

- Um corpo de 4 kg, em repouso, é colocado sob a acção de uma força constante de 8 N, durante 10 segundos. Calcule a velocidade do corpo após os 10 segundos.

Resolução

$$v = v_0 + at \Rightarrow v = \frac{F}{m} \cdot t = \frac{8}{4} \cdot 10 = 20 \text{ m/s}$$

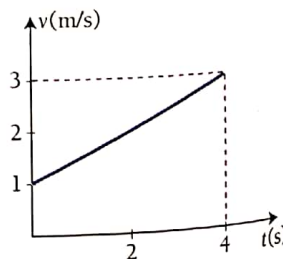
- A um corpo de massa de 2 kg, aplica-se a força resultante F , paralela à sua trajectória. O módulo da força varia com o tempo segundo o gráfico apresentado. Nessas condições, calcule a variação da velocidade do corpo entre 0 e 4 segundos.



Resolução

$$I = \Delta p \Rightarrow I = m \cdot \Delta v \Rightarrow \frac{b \cdot h}{2} = m \cdot \Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{b \cdot h}{2 \cdot m} \Leftrightarrow \Delta v = \frac{4 \cdot 10}{2 \cdot 2} = 10 \text{ m/s}$$

- A figura representa o gráfico $v(t)$ de um corpo de 4 kg, que se move com uma trajectória rectilínea. Calcule o impulso recebido pelo corpo entre 0 e 4 segundos.

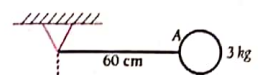


Resolução

$$\begin{aligned} I = \Delta p &\Rightarrow I = m \cdot \Delta v \\ I &= 4 \cdot (3 - 1) \\ I &= 8 \text{ N} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

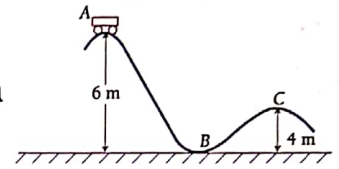


1. Calcule o trabalho realizado pela força de gravidade no deslocamento da esfera de A para B.



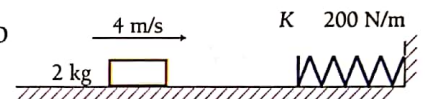
2. Abandona-se um carrinho, numa montanha russa, como ilustra a figura.

- Determine a sua velocidade em B.
- Calcule a sua velocidade em C.

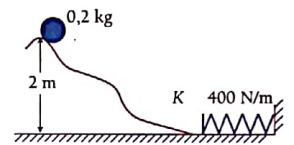


3. Um bloco de 2 kg colide com uma mola nas condições ilustradas na figura.

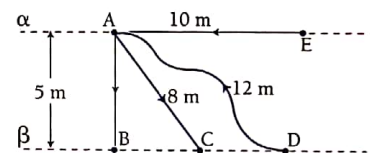
- Qual é a deformação sofrida pela mola?
- Qual deve ser a velocidade do bloco para que a deformação da mola duplique?



4. Qual deve ser a velocidade inicial da esfera de 0,2 kg, para que a mola sofra uma deformação de 20 cm?

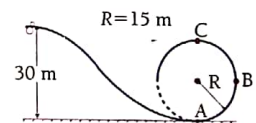


5. Um corpo de 3 kg descreve as trajetórias indicadas, entre os planos α e β . Calcule o trabalho realizado pela força de gravidade de A para B, de A para C, de D para A e de E para A.



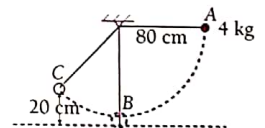
6. Observe a figura.

Calcule a velocidade do ciclista em A, B e C.



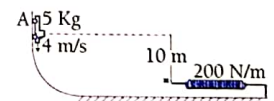
7. Observe a figura.

Calcule a velocidade da esfera em C.



8. Observe a figura.

Calcule a deformação sofrida pela mola.

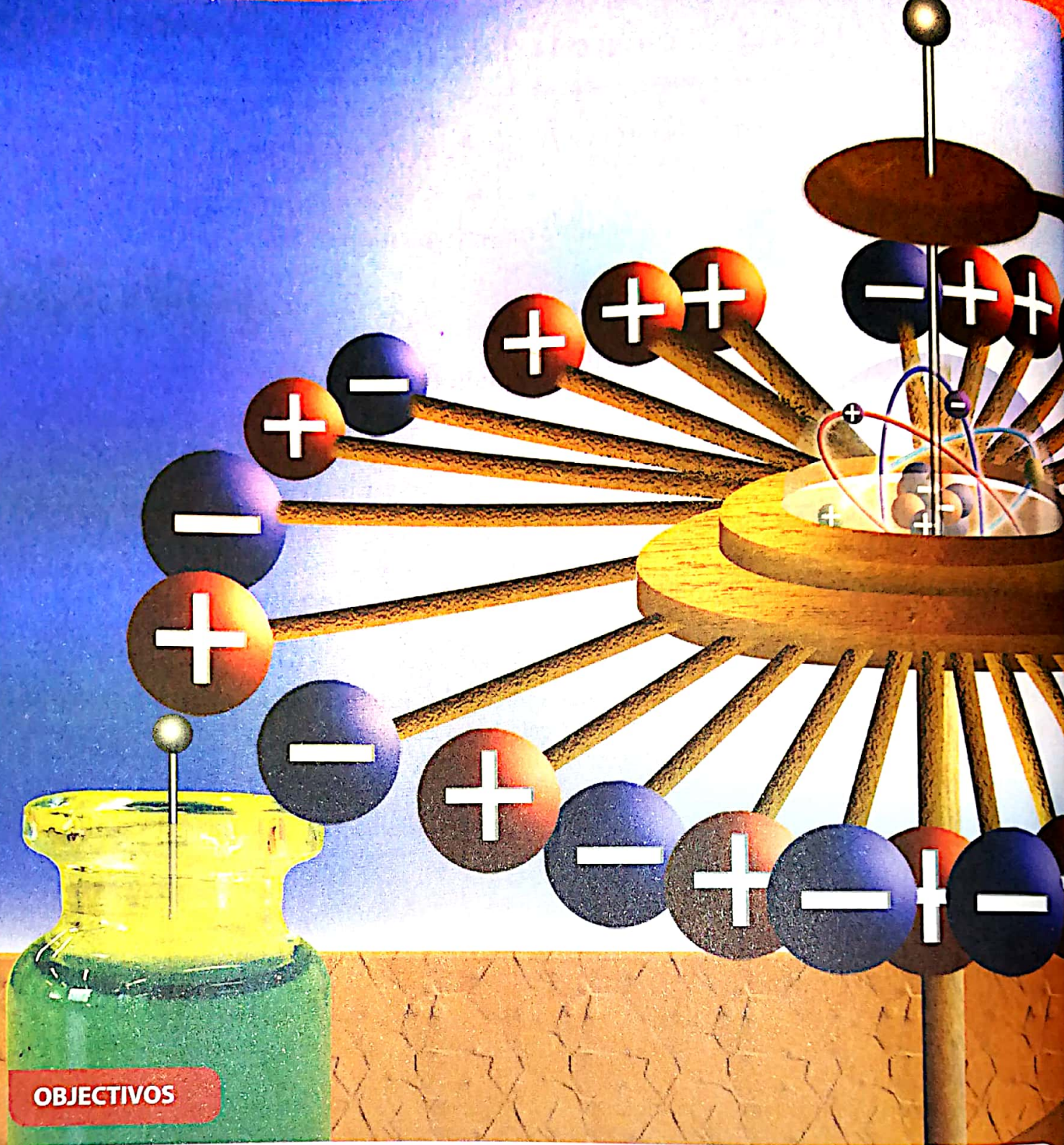


9. Um carrinho de 80 kg, move-se horizontalmente com uma velocidade de 5 m/s. Um bloco de 20 kg, cai sobre o carrinho aderindo-se a ele. Calcule a velocidade final do conjunto.

10. Um canhão de 400 kg dispara uma bala de 5 kg com uma velocidade de 200 m/s. Calcule a velocidade de recuo do canhão.

11. Um camião de 40 toneladas movendo-se a uma velocidade de 3 m/s, colide frontalmente com outro de 20 toneladas inicialmente em repouso. Os dois camiões movem-se juntos após a colisão. Calcule a velocidade dos dois camiões após a colisão.

12. Uma esfera de 3 kg movendo-se com uma velocidade de 4 m/s, colide frontalmente com outra de 2 kg inicialmente em repouso. Após a colisão, a segunda esfera move-se com uma velocidade de 4,5 m/s. Calcule a velocidade da primeira esfera após a colisão.



OBJECTIVOS

O aluno deve ser capaz de:

- Aplicar a Lei de Coulomb na resolução de exercícios concretos.
- Determinar graficamente e analiticamente a resultante das interações eléctricas de um sistema de cargas pontuais.
- Determinar graficamente e analiticamente o campo eléctrico originado por uma carga eléctrica pontual e por um sistema de placas eletrizadas.
- Determinar graficamente e analiticamente a intensidade do campo eléctrico resultante de um sistema de cargas pontuais.
- Determinar analiticamente o potencial eléctrico resultante de um sistema de cargas pontuais.
- Determinar o trabalho realizado no transporte de uma carga eléctrica dentro de um campo eléctrico.

UNIDADE 3

CONTEÚDOS

- Lei de Coulomb.
- Campo eléctrico. Sentido das linhas de força.
- Campo convergente e divergente.
- Cálculo do módulo do campo resultante.
- Protecção electrostática-Gaiola de Faraday.
- Potencial eléctrico.
- Trabalho do campo electrostático.

Pág. 58 a 77

Carga e Lei ou Princípio da Conservação da Carga

Na Natureza, toda a matéria é constituída por átomos. Cada átomo congrega, por sua vez, um núcleo e uma electrosfera – figura 3.1. O núcleo é formado por neutrões n (partículas neutras) e protões p^+ (partículas positivas). Os electrões e^- (partículas negativas) figuram na electrosfera.

Em qualquer átomo, o número de protões é igual ao número de electrões, o que faz do átomo uma partícula neutra. O número atómico, Z , é igual ao número de protões num átomo. Isto significa que, se um átomo de sódio possui 11 protões, ele deverá possuir, também, 11 electrões e o seu número atómico será 11, sendo o átomo neutro.

Se os átomos de um corpo ganham ou perdem electrões este ficará, naturalmente, com excesso ou défice de electrões. Isso fará com que o corpo fique negativamente electrizado (excesso de electrões) ou positivamente electrizado (défice de electrões). Por isso, o estado de electrização de um corpo – *carga eléctrica* – depende do número de electrões a mais ou a menos nos átomos desse corpo. É por este motivo que se chama carga elementar ao electrão, pois a carga de qualquer corpo é igual a n vezes a carga do electrão ($q = n \cdot e$).

A unidade no SI de carga eléctrica é o Coulomb (C). A carga de um protão é simétrica à do electrão ($e = -1,602 \times 10^{-19}$ C).

Isto equivale a afirmar que, uma carga menor que a de um electrão, não existe na Natureza. Ela não pode ser criada e nem pode ser destruída. Em qualquer sistema isolado, a carga eléctrica mantém-se constante. Assim, se traduz, a *Lei ou Princípio da Conservação da Carga*.

Tal princípio (ou Lei) não proíbe a transferência de cargas de um corpo para outro do sistema isolado, mas se for enviada uma carga positiva, deverá aparecer algures no sistema, uma carga negativa, simétrica da primeira.

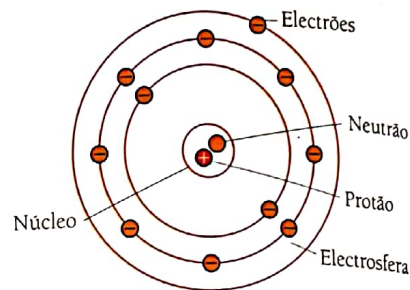


Fig.3.1 Átomo de sódio.

Lei de Coulomb

Consideremos duas cargas pontuais Q_1 e Q_2 , (figura 3.2) colocadas, a uma distância r , uma da outra. A Lei de Coulomb estabelece que:

As forças de atracção ou de repulsão entre duas cargas eléctricas são simétricas, com a mesma linha de acção. O seu módulo é directamente proporcional ao produto dos módulos das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas.

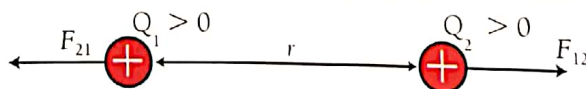


Fig.3.2 Interação electrostática.

onde:

\vec{F} : Força interactiva (atractiva ou repulsiva) entre as cargas Q_1 e Q_2 .

\vec{F}_{12} : Força com que a carga Q_1 actua sobre a carga Q_2 .

\vec{F}_{21} : Força com que a carga Q_2 actua sobre a carga Q_1 .

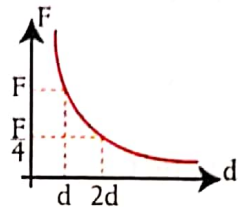
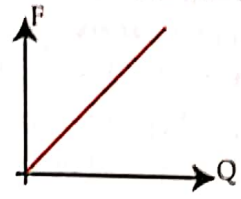
$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (de acordo com a 3.^a Lei de Newton: acção e reacção).

Isto significa que se duplicarmos ou triplicarmos o valor de qualquer das cargas a força também duplica ou triplica. Mas se a distância entre as cargas aumentar duas ou três vezes, a força diminui quatro ou nove vezes.

$$F \sim Q_1 \cdot Q_2 \quad \text{e} \quad F \sim \frac{1}{r^2}$$

Sendo a força uma grandeza vectorial, deve, por isso, possuir:

- Ponto de aplicação (uma das cargas).
- Direcção (a linha que une os centros das cargas).
- Sentido (de atracção ou repulsão, conforme os casos).
- Módulo (valor).



E, segundo o princípio do par acção-reacção, dado pela 3.^a Lei de Newton, conclui-se que:

1. A carga Q_1 exerce uma força sobre a carga Q_2 (força \vec{F}_{12}) com o seu ponto de aplicação em Q_2 .
 2. A carga Q_2 exerce uma força sobre a carga Q_1 (força \vec{F}_{21}) com o seu ponto de aplicação em Q_1 .
 3. As forças \vec{F}_{12} e \vec{F}_{21} têm a mesma direcção e módulo, mas sentidos contrários, (figura 3.2).
- Mas como $|\vec{F}_{12}| = |\vec{F}_{21}| = \vec{F}$ então

$$F = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}$$

onde:

k é a constante de proporcionalidade, que depende do meio material; $k > 0$.

A unidade de carga no SI é o Coulomb (C).

No SI, em vez de k usa-se muitas vezes uma característica do meio, a *permissividade eléctrica*, ϵ , que é inversamente proporcional a k :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon}$$

A unidade no SI de permissividade eléctrica é o Farad por metro ($F \cdot m^{-1}$), o que é equivalente a $C^2 \cdot N^{-1} \cdot m^{-2}$.

A permissividade eléctrica dos meios materiais é sempre superior à do vazio, ou seja:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} C^{-2} N^{-1} m^{-2}$$

$$\text{Assim, } k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,98 \times 10^9 N m^2 C^{-2} \Rightarrow k_0 \approx 9 \times 10^9 N m^2 C^{-2},$$

que corresponde ao valor máximo da constante de Coloumb.

Finalmente, para a representação da direcção e do sentido do vector da força interactiva entre as cargas eléctricas Q_1 , Q_2 e Q_3 , da figura 3.3, é conveniente proceder da seguinte forma:

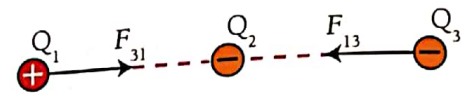


Fig.3.3 Sistema de três cargas eléctricas.

Unir os centros das cargas através de segmentos de recta (caso não estejam unidos) e determinar a força interactiva (atractiva ou repulsiva) entre as cargas (duas a duas, ignorando as restantes cargas).

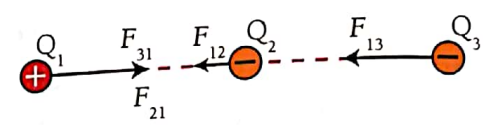
a) Entre Q_1 e Q_3 , a força é atractiva.

\vec{F}_{13} : Força que Q_1 exerce sobre Q_3
 \vec{F}_{31} : Força que Q_3 exerce sobre Q_1



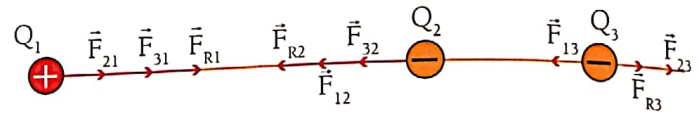
b) Entre Q_1 e Q_2 a força é atractiva.

\vec{F}_{12} : Força que Q_1 exerce sobre Q_2
 \vec{F}_{21} : Força que Q_2 exerce sobre Q_1
 \vec{F}_{R1} : Resultante das forças que actuam sobre Q_1



c) Entre Q_2 e Q_3 a força é repulsiva.

\vec{F}_{23} : Força que Q_2 exerce sobre Q_3
 \vec{F}_{32} : Força que Q_3 exerce sobre Q_2
 \vec{F}_{R2} : Resultante das forças que actuam sobre Q_2
 \vec{F}_{R3} : Resultante das forças que actuam sobre Q_3



Exercícios resolvidos

1. Suponha que $q_1 = 12\mu\text{C}$; $q_2 = 8\mu\text{C}$; $q_3 = 4\mu\text{C}$; e que a distância que separa as cargas é de 2 cm. Calcular a resultante das forças que actuam sobre a carga q_1 .

Resolução

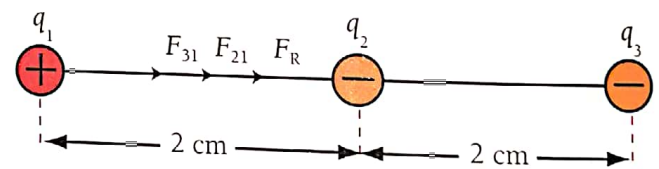
$$F_{21} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$F_{21} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot 10^{-6}}{(2 \cdot 10^{-2})^2}$$

Sobre q_1 , representam-se as forças \vec{F}_{31} e \vec{F}_{21} com que q_3 , e q_2 , atraem q_1 , bem como a \vec{F}_R do sistema

$$\Rightarrow F_{21} = 2,16 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_{31} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r^2}$$



$$F_{31} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 4 \cdot 10^{-6}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} \Leftrightarrow F_{31} = 0,27 \cdot 10^3 \text{ N} = 2,7 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$F_R = F_{21} + F_{31}$ (porque F_{21} e F_{31} têm o mesmo sentido).

$$F_R = 2,16 \cdot 10^3 + 2,7 \cdot 10^2$$

$$F_R = 2,43 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Os módulos das forças \vec{F}_{R1} , \vec{F}_{R2} e \vec{F}_{R3} , determinam-se fazendo a soma nos casos em que as forças têm o mesmo sentido e a diferença no caso em que têm sentidos contrários.

2. Um átomo neutro possui 40 protões.

a) Quantos electrões o corpo possui?

b) Friccionou-se o corpo com um pano de lã que recebeu 10 electrões. Com que carga ficou electrizado o corpo?

Resolução

a) Se o átomo é neutro possui 40 electrões.

b) Se o corpo era neutro e recebeu 10 e⁻, ficou com $Q = 10 e^-$ ou $Q = -10 \cdot 1,6 \times 10^{-19} = -1,6 \cdot 10^{-18} C$.

3. Tem-se duas esferas metálicas iguais, A e B. Sabe-se que $Q_A = +3 \mu C$ e $Q_B = 0$. Colocando-se as esferas em contacto, elas alcançam o equilíbrio electrostático quando:

A. $Q_A = Q_B = 3 \mu$

B. $Q_A = Q_B = 3 \cdot 10^{-3} C$

C. $Q_A = Q_B = 1,5 \mu$

D. $Q_A = 1 \mu, Q_B = 2 \mu$

Resolução

$Q_A = +3 \mu C$

$Q_B = 0 \mu C$

$Q_{Final} = \frac{Q_A + Q_B}{2} = 1,5 \mu C \cdot$ Opção C

4. Três esferas metálicas iguais possuem cargas $Q_A = +6 \mu C$; $Q_B = 0 \mu C$ e $Q_C = -2 \mu C$; foram submetidas às seguinte operações:

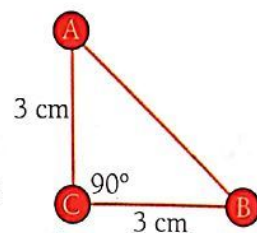
I – A encostou B até atingirem o equilíbrio electrostático.

II – B tocou C até alcançarem o equilíbrio.

a) Com que carga ficou electrizada cada esfera?

b) A, B e C foram afastadas até 3 cm, umas das outras. Determine a força resultante sobre C.

c) Determine a força resultante sobre C no caso da figura ao lado.

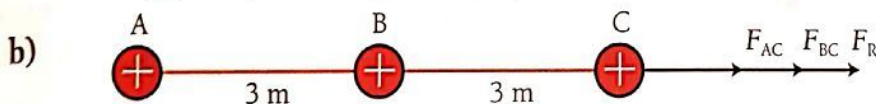


Resolução

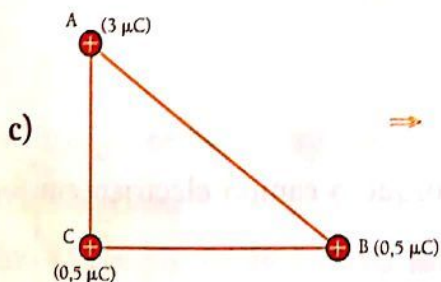
a) I^A $\Rightarrow Q'_A = Q'_B = 3 \mu C$

II^A $\Rightarrow Q'_B = Q'_C = \frac{Q_B + Q_C}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2} \mu C$

$Q'_A = 3 \mu C$; $Q'_B = Q'_C = 0,5 \mu C$



$F_R = F_{AC} + F_{CB}$ com $F_{AC} = \frac{k \cdot Q_A \cdot Q_C}{d_{AC}^2}$ e $F_{CB} = \frac{k \cdot Q_B \cdot Q_C}{d_{BC}^2}$



$F_R = \sqrt{F_{AC}^2 + F_{BC}^2}$
 com $\begin{cases} F_{AC} = \frac{k \cdot Q_A \cdot Q_C}{d_{AC}^2} \\ F_{BC} = \frac{k \cdot Q_B \cdot Q_C}{d_{BC}^2} \end{cases}$

Campo Eléctrico

Deve-se a Faraday, a introdução do conceito de «acção do campo eléctrico, campo magnético, campo gravitacional, etc.». Na Física, as forças interactivas entre as cargas eléctricas, por exemplo, eram explicadas com base na «acção à distância».

Considera-se que todo o corpo electrizado cria à sua volta um campo eléctrico, o qual se estende, ponto por ponto, no espaço. Por isso, na figura 3.2, a força, \vec{F}_{12} , surge devido à acção do campo eléctrico, criado pela carga Q_1 , no ponto do espaço onde se encontra a carga Q_2 . Pode-se fazer uma conclusão análoga, também, para a força \vec{F}_{21} . Para se caracterizar o campo eléctrico, usa-se o vector da intensidade do campo eléctrico \vec{E} .

Sendo \vec{F} a força que a carga Q exerce sobre a carga de prova q em repouso, (figura 3.4), situada no ponto P, a intensidade do campo eléctrico, criada nesse ponto pela carga criadora Q , será:



Faraday (1791-1867).

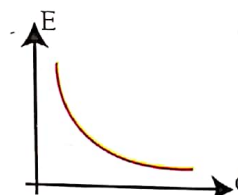
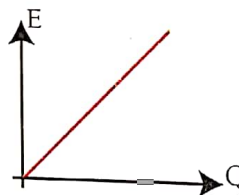
$$E = \frac{F}{q}$$



Fig.3.4 Força exercida sobre a carga de prova q.

Sendo $F = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$ e $E = \frac{F}{q} \Rightarrow E = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2} \cdot \frac{1}{q}$

$$E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$$



Para determinar a direcção e o sentido do vector da intensidade do campo eléctrico, originado por uma carga pontual Q , num dado ponto do espaço, basta proceder da seguinte forma:

1. Unir o centro da carga e o ponto dado através de uma semi-recta (convém que seja a tracejado) – figura 3.5.

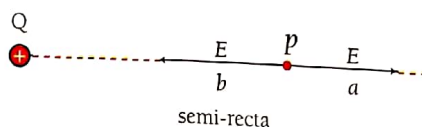


Fig.3.5 Direcção e sentido do campo eléctrico.

2. Desenhar o vector da intensidade do campo \vec{E} de acordo com o sinal de Q .

Nota:

- \vec{E} deverá estar situado sobre a semi-recta traçada.
- \vec{E} deverá ter o seu ponto de aplicação no ponto P.
- \vec{E} terá sentido para fora do (vector \vec{a}) se $Q > 0$, porque o campo eléctrico em torno de uma carga positiva é divergente, (figura 3.6 a)).

- \vec{E} terá sentido para dentro (vector \vec{b}) se $Q < 0$, porque o campo eléctrico em torno de uma carga negativa é convergente figura 3.6 b).

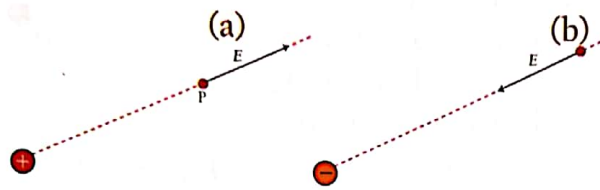


Fig.3.6 Vector da intensidade do campo eléctrico E no ponto P.

Resumindo:

No ponto P, o vector \vec{E} tem as seguintes características:

- Ponto de aplicação: o ponto P.
- Direcção: a mesma que \vec{F} .
- Sentido: o mesmo que \vec{F} : atractivo se $Q < 0$; e repulsivo se $Q > 0$.
- Intensidade, $\|\vec{E}\| = \|\frac{\vec{F}}{q}\|$.
- A unidade no SI de campo eléctrico é o Newton por Coulomb ($N \cdot C^{-1}$).

Os procedimentos contidos em 1 e 2 são, também, aplicáveis no caso de se ter mais do que uma carga. Para tal, deve resolver-se carga por carga, ignorando as cargas restantes, de cada vez que se resolve uma das cargas.

Ao se determinar a direcção e o sentido do campo eléctrico, criado por uma ou mais cargas eléctricas, num ponto qualquer do espaço, é importante notar que estes não dependem da existência de uma carga eléctrica nesse ponto. Apenas deve admitir-se a condição de que, o valor da carga eléctrica existente nesse ponto é tal, que não influencia o módulo do campo criado pelas outras cargas (figura 3.7).



Fig.3.7 Invariância de \vec{E} em P, com a presença de q .

O módulo, a direcção e o sentido de $\vec{E}_{(a)}$ e $\vec{E}_{(b)}$ são iguais ($\vec{E}_{(a)} = \vec{E}_{(b)}$).

A figura 3.8, representa um sistema de três cargas eléctricas e o campo eléctrico que elas criam num dado ponto P.



Fig.3.8 Intensidade do campo eléctrico, criado por um sistema de três cargas.

Para visualizar o campo eléctrico, usam-se:

- Vectores do campo.
- Linhas do campo, também designadas por linhas de força.

A expressão $E = k \cdot \frac{Q}{r^2}$ mostra que $E \sim \frac{1}{r^2}$ o que significa que o módulo do vector E é inversamente proporcional ao quadrado do raio, por isso, E diminui à medida que nos afastamos da carga Q . Assim, os vectores do campo eléctrico criado pela carga Q , terão a forma representada na figura 3.9.

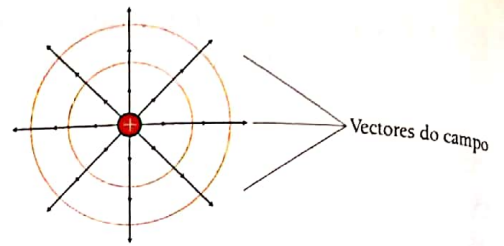


Fig.3.9 Vectores do campo em torno da carga Q .

Por sua vez, as linhas do campo (ou linhas de força) são sempre tangenciais aos vectores do campo, (figura 3.10).

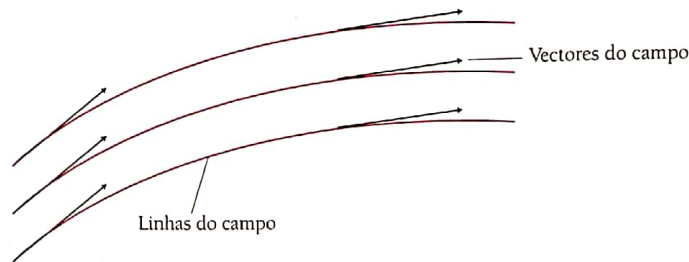


Fig.3.10 Linhas de força tangentes aos vectores do campo.

As linhas do campo divergem sempre que uma carga for positiva e convergem sempre que uma carga for negativa.

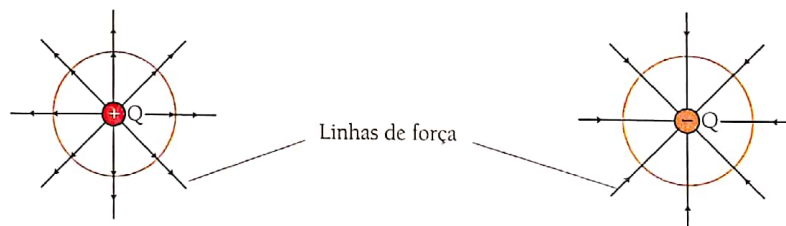


Fig. 3.11 Campo divergente. $Q > 0$. Fig.3.12 Campo convergente. $Q < 0$.

A intensidade do campo eléctrico, originada por um sistema de cargas eléctricas (Q_1, Q_2, \dots), é igual à soma geométrica das intensidades dos campos originados por cada uma das cargas eléctricas em separado – *princípio de sobreposição* dos campos eléctricos. ($\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots$)

Na figura 3.13, o campo eléctrico resultante, no ponto A, será: $E_{RA} = E_1 - E_2$

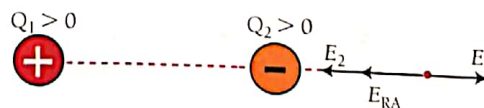


Fig. 3.13 Campo eléctrico resultante no ponto A, criado por duas cargas, Q_1 e Q_2 , de módulo igual e sinais opostos.

Protecção electrostática (Gaiola de Faraday)

O interior de um condutor eletrizado é desprovido de cargas eléctricas. Por isso, a intensidade do campo eléctrico, no interior de um condutor eletrizado, é igual a zero (sem que, este, tenha nenhum outro corpo eletrizado no seu interior, naturalmente). Este facto foi provado, experimentalmente, por Faraday. Para tal, Faraday construiu uma gaiola de arame interior. Em seguida, eletrizou a gaiola com o auxílio de uma máquina electrostática (até surgirem faíscas no seu exterior).

Dada a intensidade nula do campo eléctrico no interior da gaiola, o disco metálico do electroscópio não foi eletrizado por influência e as suas folhas finas não divergiram.

Este fenómeno é amplamente utilizado para proteger pessoas e demais instrumentos de intensos campos eléctricos. Para tal, basta colocá-los no interior de um condutor vazio (gaiola de Faraday).

Também se podem proteger corpos eletrizados se estes forem colocados no interior de um condutor com ligação para a terra, de forma a que as cargas induzidas no exterior do condutor sigam para a terra, não havendo, assim, um campo eléctrico exterior.

Um condutor, quando carregado, tende a espalhar suas cargas uniformemente por toda a sua superfície. Se esse condutor for uma esfera oca, por exemplo, as cargas irão se espalhar pela superfície externa, pois a repulsão entre as cargas faz com que elas se mantenham o mais longe possível umas das outras. Os efeitos de campo eléctrico criados no interior do condutor acabam se anulando, obtendo assim um **campo eléctrico nulo**.

O mesmo acontece quando o condutor não está carregado, mas está numa região que possui um campo eléctrico causado por um agente externo. Seu interior fica livre da acção desse campo externo, fica blindado. Esse efeito é conhecido como **blindagem electrostática**.

Essa blindagem pode ser facilmente comprovada: para isso embrulhe um telefone celular ou um rádio em papel alumínio. O alumínio vai agir como a gaiola de Faraday, o celular e o rádio poderão perder o sinal.

Os carros e aviões actuam como gaiolas de Faraday, protegendo-nos caso sejamos atingidos por uma descarga eléctrica, contrariando o pensamento popular, segundo o qual os pneus do carro é que fazem essa protecção. Como a chaparia do automóvel e a fuselagem do avião, são metálicas, a electricidade, caso haja uma descarga eléctrica, tende a percorrer uma trajectória de menor resistência através do metal, evitando passar pelo interior (zona de maior resistência).

As construções também são feitas utilizando blindagem electrostática, afim de proteger os equipamentos electrónicos.

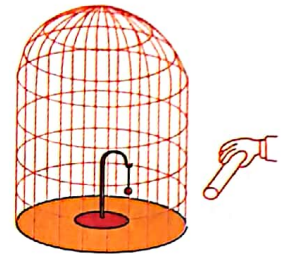
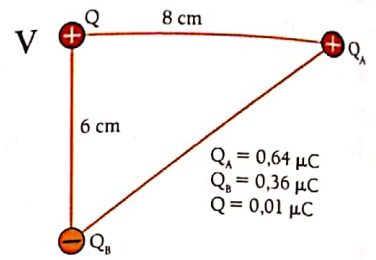
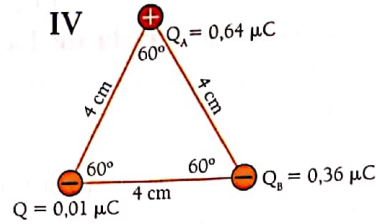
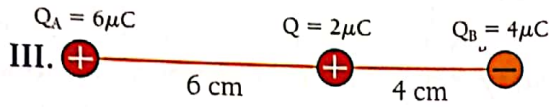
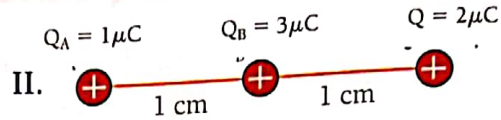
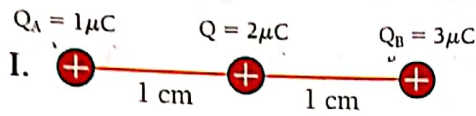


Fig. 3.14 Gaiola de Faraday.



Fig. 3.15 Avião lutando em plena tempestade.

1. Para cada um dos sistemas abaixo representados, determine a força resultante sobre a carga Q.

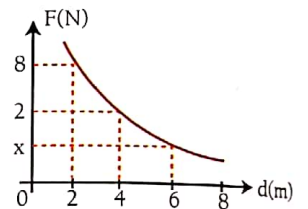


2. Duas esferas com cargas $Q_A = Q_B$, separadas no vazio pela distância de 1 cm, repelem-se com uma força de 0,01 N. Qual é o módulo das cargas?

3. Observe o gráfico que mostra como varia a força entre duas cargas Q_1 e Q_2 , afastadas uma da outra no vazio:

a) Determine x.

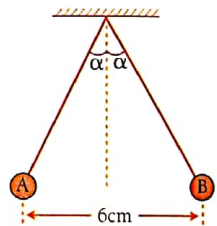
b) Determine Q_1 e Q_2 se $Q_1 = 2 Q_2$



4. A massa de cada esfera suspensa é de 10 g. Elas estão eletrizadas com cargas do mesmo módulo e do mesmo sinal. Sabe-se $x = 5\%$

a) Calcule Q_A e Q_B de modo a que o sistema fique em equilíbrio.

b) Calcule a tensão no fio.



5. Uma carga Q foi colocada entre os pontos A e B, como mostra a figura.

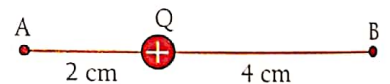
5.1. Podemos afirmar que:

A. $E_A = 2 \cdot E_B$

B. $E_A = 4 \cdot E_B$

C. $E_A = E_B$

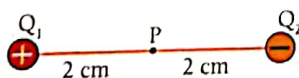
D. $E_A = \frac{E_B}{4}$



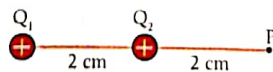
5.2. Se $Q = 750 \text{ nC}$, determine E_A e E_B .

6. Caracterize o módulo, a direção e o sentido do vector, campo eléctrico, no ponto P, em cada uma das situações figuradas abaixo:

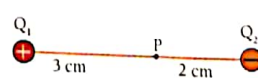
a) $Q_1 = 8\mu\text{C}$; $Q_2 = 4\mu\text{C}$



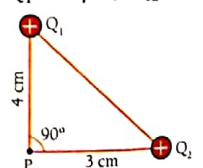
b) $Q_1 = 8\mu\text{C}$; $Q_2 = 4\mu\text{C}$



c) $Q_1 = 6\mu\text{C}$; $Q_2 = 2\mu\text{C}$



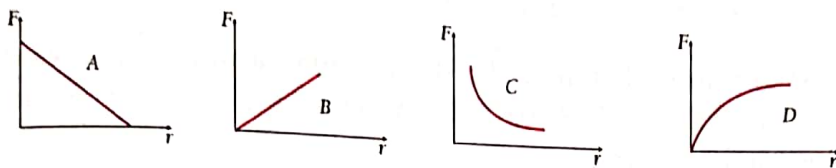
d) $Q_1 = 4\mu\text{C}$; $Q_2 = 4\mu\text{C}$



Exercícios propostos



7. Qual dos gráficos representa a força de interação entre duas cargas eléctricas situadas a uma distância r ? Justifique.



8. Duas esferas A e B de cargas Q e $2Q$, respectivamente, encontram-se no ar a uma certa distância r . É correcto afirmar que:

A. O módulo da força que B exerce sobre A é quatro vezes maior que a força que A exerce sobre B.

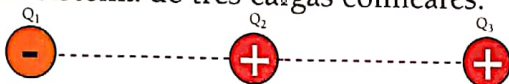
B. O módulo da força que B exerce sobre A é duas vezes maior que a força que A exerce sobre B.

C. O módulo da força que B exerce sobre A é igual à força que A exerce sobre B.

D. O módulo da força que A exerce sobre B é metade do módulo da força que B exerce sobre A.

E. O módulo da força que A exerce sobre B é $\frac{1}{4}$ da força que B exerce sobre A.

9. A figura representa um sistema de três cargas colineares.



a) Determine a direcção e o sentido das forças que actuam sobre a carga Q_3 , e escreva a expressão analítica que permite determinar o módulo da resultante dessas forças.

b) Determine a direcção e o sentido das forças que actuam sobre as restantes cargas e, igualmente, a da expressão analítica das resultantes.

c) Qual deve ser a posição da carga Q_2 para que sobre ela actuem forças com a mesma linha de acção (mesma direcção), sendo estas de sentidos contrários.

d) O que iria acontecer à força interactiva entre Q_1 e Q_3 se a distância aumentasse três vezes? Justifique.

e) Diminuindo duas vezes o valor de Q_2 o que acontecerá à força repulsiva entre Q_2 e Q_3 ? Justifique.

f) Quantas vezes se deve aumentar a distância entre as cargas Q_1 e Q_2 para que a força entre elas diminua 81 vezes? Justifique.

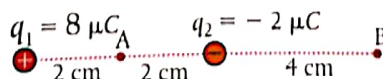
g) Aumentando duas vezes Q_1 , oito vezes Q_2 e quatro vezes a distância que as separa. Que acontecerá com a força atractiva entre elas?

10. Calcule a força entre duas cargas de $+10^{-9}$ C e -4×10^{-9} C quando elas se encontram à distância de 2×10^{-2} m no ar. Qual deve ser a distância entre as cargas, quando a força entre elas é de 10^{-5} N?

11. Observe a figura deste exercício, colocando, sucessivamente, em A e B, uma carga $q_3 = 1 \mu\text{C}$, ($1 \mu\text{C} = 1 \times 10^{-6}$ C) determine:

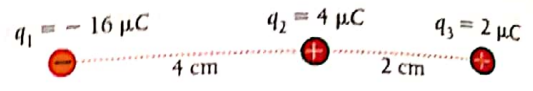
a) A direcção, o sentido e o módulo das forças que q_1 e q_2 exercem sobre q_3 em A e B.

b) A resultante das forças que actuam sobre q_3 em A e B.





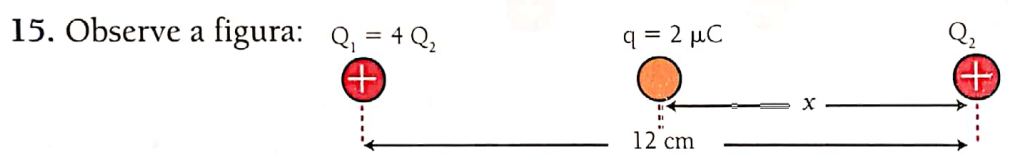
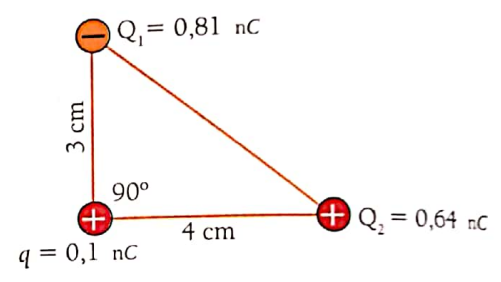
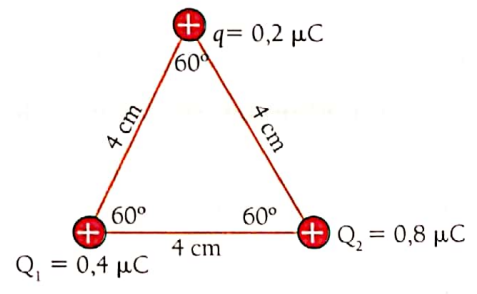
12. Determine a resultante das forças que actuam sobre a carga q_3 .



13. Duas esferas iguais estão a uma distância de 40 cm uma da outra. A carga de uma delas é $+ 9 \times 10^{-9}$ C, e, a outra, é $- 2 \times 10^{-9}$ C. As esferas foram postas em contacto e, depois, colocadas novamente à mesma distância.

- a) As forças de interacção antes e depois do contacto serão iguais? Justifique.
- b) Qual será a carga de cada esfera após o contacto?
- c) Calcule o valor dessas forças interactivas (antes e depois do contacto).
- d) Qual a natureza (atractiva ou repulsiva) das forças, antes e depois do contacto? Justifique.

14. Analise os sistemas de cargas representados nas figuras abaixo e, para cada um deles, caracterize a força que actua sobre a carga q .

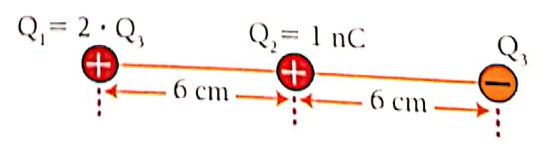


Determine x , de modo que o sistema fique em equilíbrio

16. Duas cargas pontuais Q_1 e Q_2 , separadas no vazio pela distância d , repelem-se com uma força de 1N. Explique como irá variar a força, se:

- a) Q_1 for duplicada.
- b) Q_1 triplicar e Q_2 quadruplicar.
- c) A distância aumentar para $2d$ (mantendo-se as cargas)
- d) A distância diminuir para $\frac{d}{3}$ (mantendo-se as cargas).

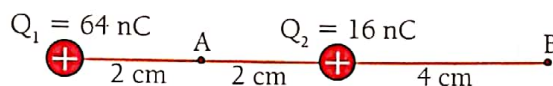
17. No sistema da figura, a força, resultante que actua na carga Q_2 é de 0,3 N. Determine os módulos das cargas Q_1 e Q_3 .





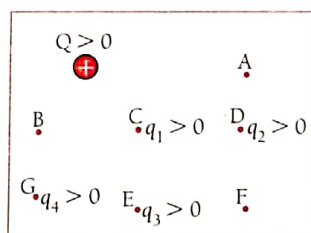
18. O que é um campo eléctrico? Que outros tipos de campos conhece?
19. Como se pode determinar a intensidade do campo eléctrico, criado por uma carga Q num ponto «P» qualquer do espaço?
20. Das afirmações que se seguem diga quais são as verdadeiras?
- A. O campo eléctrico de uma carga negativa é convergente e o de uma carga positiva, também.
 - B. A intensidade do campo eléctrico de uma carga muda de sentido num ponto do espaço, onde existe uma carga de sinal contrário.
 - C. O campo eléctrico pode ser visualizado através dos vectores do campo e das linhas do campo ou de força.
 - D. Os vectores do campo são paralelos ou perpendiculares às linhas de força.
 - E. Um campo eléctrico uniforme é aquele que se estabelece em torno de uma carga esférica.
 - F. Uma esfera oca eletrizada só cria um campo eléctrico no seu exterior.
 - G. Durante uma tempestade, se uma faísca atinge um carro, os seus ocupantes correm o risco de sofrerem uma descarga eléctrica, no seu interior.

21. Observe a figura.



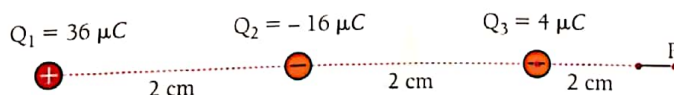
Calcule o campo eléctrico resultante nos pontos A e B

22. Observe, com atenção, a figura.



- a) Determine a direcção e o sentido do vector da intensidade do campo eléctrico \vec{E} originado pela carga Q , nos pontos A, B e F.
- b) Determine a direcção e o sentido de \vec{E} nos pontos C, D, E e G onde se encontram colocadas cargas eléctricas.
- c) Determine a direcção e o sentido da força que a carga Q vai exercer sobre as cargas colocadas nos pontos C, D, E e G.

23. Observe a figura. Calcule a intensidade do campo eléctrico resultante: ($1\mu\text{C} = 1 \cdot 10^{-6}\text{C}$)



- a) No ponto P.
- b) Sobre Q_3 .

Energia potencial gravitacional e eléctrica

É já sabido que a energia potencial gravitacional é a energia que um corpo possui devido à sua posição em relação ao solo, veja figura 3.16.

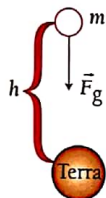


Fig.3.16 Energia potencial gravitacional.

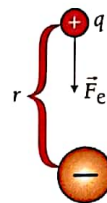


Fig.3.17 Energia potencial eléctrica.

Por isso, a energia potencial eléctrica, é também a energia que uma carga eléctrica possui devido à sua posição em relação a outra carga figura 3.17.

Na tabela 1 estão apresentadas de forma comparativa as grandezas que caracterizam os dois campos.

Campo gravitacional	Campo eléctrico
massa... m	carga... q
Intensidade do campo gravitacional...	Intensidade do campo eléctrico... \vec{E}
Força gravitacional... \vec{F}_g $\vec{F}_g = m \cdot g$	Força eléctrica... \vec{F}_e $\vec{F}_e = q \cdot \vec{E}$
Altura... h	Distância... r
Energia potencial gravitacional... E_{pg} $\vec{E}_{pg} = m \cdot g \cdot h$	Energia potencial eléctrica... E_{pel} $\vec{E}_{pel} = q \cdot \vec{E} \cdot r$

Tabela 1 Comparação entre os campos gravitacional e eléctrico.

Da tabela é fácil comparar as grandezas físicas que caracterizam os dois campos e deduzir a fórmula da energia potencial eléctrica.

Já sabemos que a energia potencial eléctrica pode ser determinada pela expressão:

$$E_{pel} = q \cdot E \cdot r$$

Mas para o caso de uma carga pontual, $E = \frac{k \cdot Q}{r^2}$

Por isso,

$$E_{pel} = q \cdot \frac{k \cdot Q}{r^2} \cdot r \quad E_{pel} = k \cdot \frac{q \cdot Q}{r}$$

A energia potencial eléctrica resulta da interacção de uma carga com as cargas que criam o campo eléctrico.

O campo eléctrico é conservativo.

A energia potencial eléctrica associada a duas cargas pontuais pode ser positiva (cargas do mesmo sinal) ou negativa (cargas de sinais contrários).

Potencial electrostático

Para se caracterizar a energia do campo electrostático (e de outros campos), usa-se a grandeza física potencial (U), que é definida pela razão entre a energia potencial de uma carga pontual de prova q , no seio de um campo eléctrico de uma carga Q , e a grandeza de q .

$$U = \frac{E_p}{q}$$

O potencial electrostático é uma grandeza física escalar positiva ou negativa, isto é, fica, totalmente, definido pelo seu valor (define-se num ponto). Não possui direcção e sentido, por isso, é uma grandeza escalar.

$$\text{Assim, } E_p = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r} \Rightarrow U = \frac{k \cdot \frac{Q \cdot q}{r}}{q} \Leftrightarrow U = k \cdot \frac{Q}{r}$$

O potencial U não depende da carga q , mas sim da carga Q que cria o campo eléctrico. A unidade SI de potencial electrostático é o Joule por Coulomb (J/C), a que se deu o nome de Volt (V).

Campo eléctrico uniforme

Considera-se um campo eléctrico uniforme, aquele cujo módulo do vector da intensidade do campo eléctrico tem o mesmo valor no seu interior. O caso mais comum dum campo eléctrico uniforme, é o que se estabelece entre duas placas electrizadas (figura 3.18).

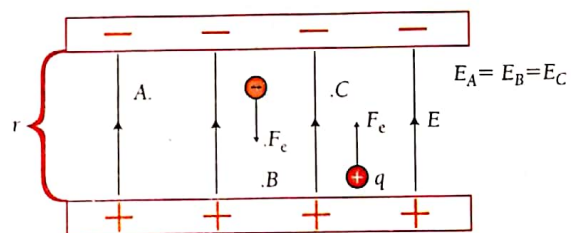


Fig.3.18 Campo eléctrico uniforme.

Na figura 3.18, a carga negativa sofre uma força eléctrica dirigida para baixo enquanto que a carga positiva sofre uma força dirigida para cima.

Logo, pode-se concluir que entre condutores planos e paralelos entre si, com cargas eléctricas de igual módulo e sinais contrários, o vector E tem, em todos os pontos, a mesma intensidade, a mesma direcção e o mesmo sentido, por isso é designado por campo electrostático uniforme.

Para o campo eléctrico uniforme é válida a relação $\vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q}$.

Usando as expressões para o cálculo da intensidade do campo eléctrico e do potencial, podemos obter outra relação importante para o campo eléctrico uniforme.

$$\text{Sabemos que } E = k \frac{Q}{r^2} \Leftrightarrow E = k \frac{Q}{r} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\text{Mas } U = k \frac{Q}{r} \cdot \text{Logo, } E = \frac{U}{r}$$

Esta equação dá-nos a relação entre o campo eléctrico e o potencial, onde U é a diferença de potencial entre as placas electrizadas.

Trabalho electrostático

O trabalho mecânico é a grandeza física que é definida pelo produto:

$$W = F \cdot r$$

Para o caso do campo electrostático, o trabalho é a energia gasta no transporte de uma carga de prova «q» de um ponto A para outro B, dentro do campo electrostático duma carga «Q» (veja figura 3.19).

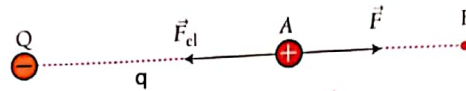


Fig.3.19 Trabalho electrostático.

Como vê na figura 3.19, a força \vec{F} necessária para transportar a carga q de A para B é igual à força eléctrica \vec{F}_{cl} , por isso: ($\vec{F} = \vec{F}_{cl}$)

$$W_{AB} = F_{cl} \cdot r$$

Mas como, $E = \frac{F_{cl}}{q} \Leftrightarrow F_{cl} = E \cdot q$

Assim, $W_{AB} = E \cdot q \cdot r$

Da relação entre o potencial e o campo eléctrico temos, $E = \frac{U}{r}$

logo, $W_{AB} = \frac{U}{r} \cdot q \cdot r \Leftrightarrow W_{AB} = q \cdot U$

Mas «U» é a diferença de potencial entre os pontos A e B ($U = U_A - U_B$), então,

$$W_{AB} = q (U_A - U_B)$$

Linhas equipotenciais

Os lugares onde se encontram situados os pontos do campo electrostático com potenciais iguais, têm o nome de *linhas equipotenciais*, figuras 3.20 (a) e (b).

Analogamente, podem-se definir superfícies e volumes equipotenciais. As *linhas equipotenciais* são sempre *perpendiculares às linhas do campo*.

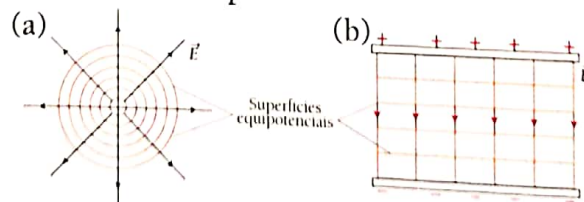
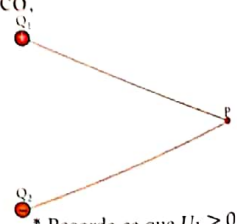


Fig.3.20 Superfícies equipotenciais e linhas do campo eléctrico.

De acordo com o princípio de sobreposição dos campos eléctricos, a resultante dos potenciais de campos electrostáticos sobrepostos é igual à soma algébrica dos potenciais dos mesmos, figura 3.21.

Assim:

$$U_p = U_1 + U_2 \quad U = \sum_{i=1}^n U$$



* Recorde-se que $U_1 > 0$ e $U_2 < 0$
Fig.3.21 Potencial de campos eléctricos sobrepostos.



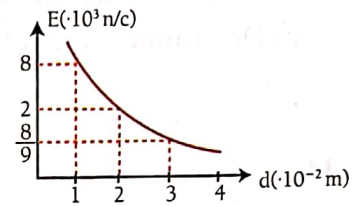
24. Um aluno realizou a seguinte experiência:

I. Sintonizou um rádio para uma estação FM e, ouviu as notícias.

II. Envolheu, completamente o rádio com papel alumínio e deixou de ouvir o som da emissora.

Explique as causas de tão estranho fenômeno.

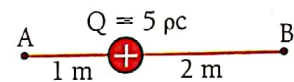
25. Dado o gráfico que mostra a variação do campo eléctrico criado por uma carga pontual, em função da distância. Determine Q.



26. Observe a figura.

a) Em que ponto, A ou B, o potencial é maior? Justifique.

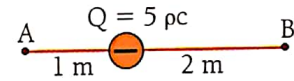
b) Calcule o potencial eléctrico em A e B.



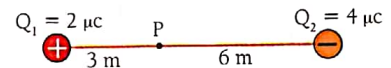
27. Dado a figura:

a) Em que ponto, A ou B, o potencial eléctrico é maior? Justifique.

b) Calcule o potencial em A e em B.

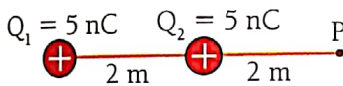


28. Determine o potencial resultante no ponto P.

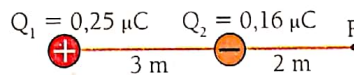


29. Em cada uma das situações figuradas abaixo, determine o potencial resultante do ponto P.

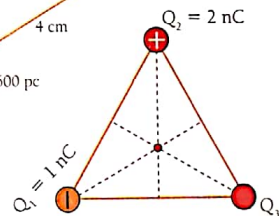
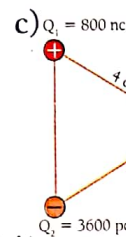
a)



b)



c)



30. Na figura abaixo, determine Q_3 de modo que no centro do triângulo equilátero com 10 cm de lado, o potencial eléctrico seja nulo.

31. Uma gota de óleo com massa de 2 mg está suspensa, em equilíbrio, entre duas placas planas e paralelas.

a) Determine o campo eléctrico entre as placas.

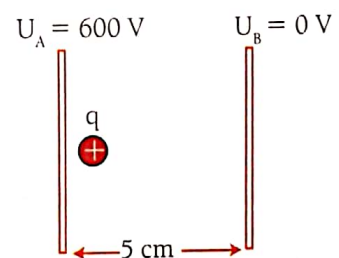
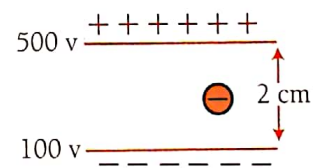
b) Calcule o módulo da carga da gota.

32. A figura representa duas placas, A e B planas e paralelas, separadas pela distância de 5 cm. Uma partícula ($m = 2 \cdot 10^{-20}$ kg e $q^+ = 4 \cdot 10^{-18}$ C) foi abandonada em repouso ponto da placa A.

a) Representa as linhas de força do campo eléctrico.

b) Calcule a aceleração da partícula.

c) Quanto tempo a partícula levará para alcançar a outra placa?

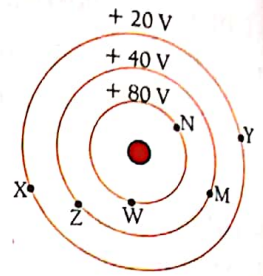




Exercícios propostos

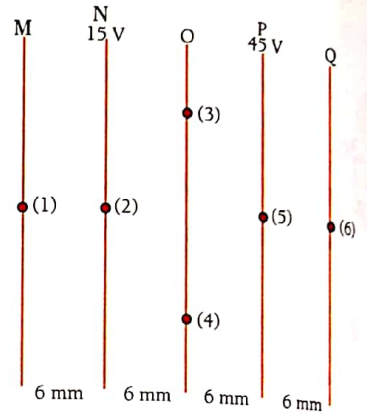
33. A figura representa 3 linhas equipotenciais, separadas 5 mm uma da outra, criadas por uma carga pontual Q.

- a) Qual é o potencial de cada ponto?
- b) Determine a *d.d.p.* entre os pontos (X e Y), (Z e W); (Z e Y).
- c) Determine o módulo da carga pontual.



34. A figura representa linhas equipotenciais de um campo eléctrico uniforme, distantes 6 mm umas das outras.

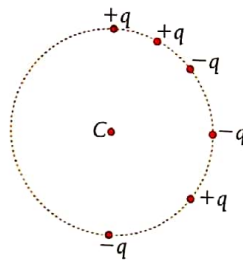
- a) Determine o módulo do campo eléctrico entre as linhas M e Q?
- b) Calcule os potenciais eléctricos das linhas M, O e Q.
- c) Qual é o campo eléctrico nos pontos (1)... (6) representado.
- d) Represente na figura, as linhas de força do campo eléctrico.



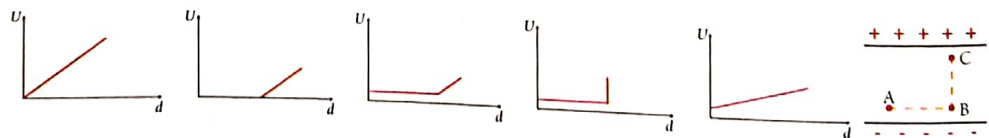
35. O potencial eléctrico é uma grandeza escalar ou vectorial? Explique e indique como é definida.

36. Observe a figura.

A que é igual o potencial resultante no centro «C» da circunferência? Justifique.



37. Ao se fazer o percurso A,B,C, o potencial eléctrico varia, em função da distância da placa negativa, segundo o gráfico:



38. Observe a figura.

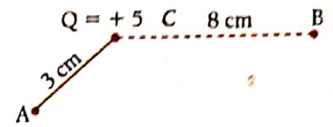


Calcule o campo eléctrico resultante nos pontos A e B.



39. Observe a figura.

- Calcule o valor do potencial em A e B.
- Se a carga Q for de $-5 \mu\text{C}$, qual será o valor de U_A e U_B ?
- Determine $U_A: U_B$. Explique o resultado obtido.

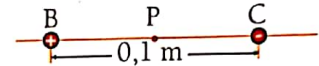


40. Uma carga Q origina, no vácuo, um potencial de $5 \times 10^4 \text{ V}$ num ponto P, situado a 45 cm de Q.

- Determine o valor de Q.
- Calcule a energia potencial adquirida por uma carga de $+3,0 \mu\text{C}$ colocada em P.

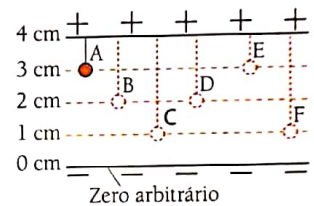
41. A figura mostra uma carga positiva B de $+2 \times 10^{-8} \text{ C}$ e uma negativa C de $1 \times 10^{-8} \text{ C}$, separadas a uma distância de 0,1 m. O ponto P está situado à mesma distância de B e C.

- Determine o potencial de B e de C no ponto P.
- Determine o potencial resultante em P.
- Determine a intensidade do campo eléctrico resultante em P.



42. A figura deste exercício representa um corpo electrizado e que é suspenso, sucessivamente, nos pontos A, B, C, D, E e F por um fio não condutor.

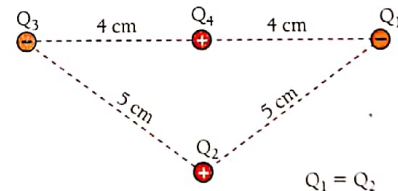
- Qual o valor de U_A , U_C e U_D ?
- Compare U_A com U_E ; U_B com U_D e U_C com U_F .
- Que são linhas equipotenciais? Desenhe-as para o caso desta figura.
- Calcule a *d.d.p.* entre os pontos A e F e entre as placas, para $q = 2,5 \times 10^{-8} \text{ C}$ e $E = 5 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$



e) Calcule o trabalho que se realiza no transporte da carga q de A para B, de B para D e de E para F.

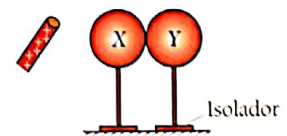
43. A figura deste exercício representa quatro cargas fixas.

- Desenhe todas as forças que actuam sobre a carga Q_4 , e diga qual é a direcção e o sentido do seu movimento, se for libertada.
- Qual deve ser o valor da carga Q_2 , para que a carga Q_4 , se mantenha em repouso, se for solta.



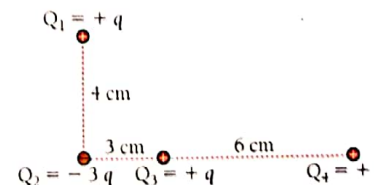
44. Na figura deste exercício, aproximou-se o corpo A das esferas X e Y, do lado da esfera X.

- Represente a distribuição das cargas eléctricas em cada esfera.
- Afastando a esfera Y da esfera X, na presença do corpo A, como ficará electrizada a esfera Y? E X? Porquê?



45. Observe a figura.

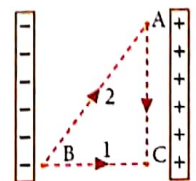
- Sabendo que a força que Q_1 exerce sobre Q_2 , é de $4 \times 10^{-6} \text{ N}$, determine a direcção, o sentido e o valor das forças que Q_3 e Q_4 exercem sobre Q_2 .
- Determine a resultante das forças que actuam sobre Q_2 .




46. Observe a figura. Uma carga de prova de $2,0 \mu\text{C}$ pode ser transportada de B para C pelos caminhos 1 ou 2.

- $U_A - U_C = ?$ Porquê?
- $W_{AC} = ?$
- $W_{BC1} = W_{BC2}$? Justifique.

$$U_B - U_D = 8 \text{ V} \quad U_A - U_D = -4 \text{ V}$$





OBJECTIVOS

O aluno deve ser capaz de:

- Aplicar as leis de Kirchhoff na resolução de exercícios concretos.
- Determinar gráfica e analiticamente o campo magnético resultante de um sistema de condutores rectilíneos.
- Determinar graficamente os campos magnéticos originados por uma corrente circular e por uma corrente helicoidal.
- Determinar geométrica e analiticamente a força sobre um condutor atravessado por uma corrente e mergulhado num campo.
- Determinar geométrica e analiticamente a força sobre uma carga eléctrica em movimento no interior de um campo magnético.
- Explicar o funcionamento de um motor eléctrico.
- Aplicar as Leis de Faraday e Lenz na determinação do sentido de uma corrente induzida num condutor linear, circular e numa bobina.
- Explicar o fenómeno da auto-indução e da indução mútua.
- Explicar o funcionamento do transformador de corrente eléctrica.

UNIDADE 4

CONTEÚDOS

- Redes eléctricas.
- Noção de malha, ramo e sentido da corrente de circulação.
- As Leis de Kirchhoff.
- Campo magnético originado por uma corrente rectilínea.
- Campo magnético originado por uma corrente circular e helicoidal.
- Força de Ampère e Lorentz.
- Aplicações.
- O fenómeno da indução electromagnética. Leis de Faraday e Lenz.
- O fenómeno da auto-indução e da indução mútua.
- O transformador de corrente eléctrica.

Corrente eléctrica contínua

Foram objecto do estudo, no capítulo anterior, as interacções e as propriedades dos sistemas de cargas eléctricas em repouso – **Electrostática**.

Dos conhecimentos adquiridos, é fácil concluir que, na ausência de um campo eléctrico contínuo no interior de um condutor, isto é, a não existência de uma *d.d.p.* constante entre os seus terminais, o movimento das cargas eléctricas conduz, em curto espaço de tempo, sempre a um equilíbrio electrostático – razão pela qual se denominam de transitórias as correntes que aí surgem.

O presente capítulo ocupar-se-á das correntes contínuas de longa duração. Para tal, é necessário que entre os extremos do condutor se mantenha, continuamente, uma *d.d.p.* e, conseqüentemente, um campo eléctrico no seu interior.

Ao movimento ordenado das cargas livres, sempre com o mesmo sentido, que surgem sob a acção exercida por um campo eléctrico, embora o seu valor possa variar, chama-se **corrente contínua**.

Nos metais e nos semi-condutores, a corrente eléctrica é originada pelo movimento dos electrões livres; nos líquidos, pelo movimento dos iões e, nos gases, pelo movimento dos iões positivos e electrões livres (electrões de condução).

Os metais são constituídos por uma rede cristalina, formada pelos átomos da substância, que executam oscilações periódicas, permanecendo, assim, em constante movimento.

Os electrões da última camada dos átomos dos metais têm uma fraca ligação com estes, de tal forma que se movem facilmente de átomo para átomo do metal. Estes electrões podem ser considerados livres.

Quando um electrão abandona o átomo, deixa-o com um défice de electrões, ficando esse átomo carregado positivamente, pelo que se dá o nome de *ião positivo*. Por isso, pode-se considerar que os cristais de um metal são constituídos por iões positivos, (figura 4.1), devido ao movimento livre dos electrões.

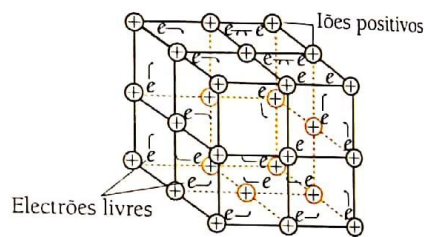


Fig.4.1 Rede cristalina dos metais.

Intensidade e densidade da corrente eléctrica

A figura 4.2 representa o movimento de cargas eléctricas no interior de um condutor cuja secção transversal é A .

O sentido da corrente eléctrica e a distribuição da sua intensidade em diferentes pontos da superfície A , é determinada pelo vector da densidade da corrente eléctrica (j), que coincide com o sentido do movimento das cargas positivas. A *densidade da corrente é a quantidade de carga eléctrica, que atravessa a secção transversal de um condutor eléctrico na unidade de tempo*.

Por isso,

$$j = \frac{Q}{At}$$

- onde: j – densidade da corrente eléctrica em Ampere por metro quadrado (A/m^2)
 A – secção transversal do condutor em m^2
 Q – quantidade de carga que atravessa em Coulomb (C)
 t – intervalo de tempo durante o qual Q atravessa, em segundos (s)

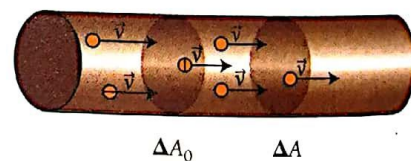


Fig.4.2 A intensidade e densidade da corrente eléctrica.

Assim se define a grandeza física da intensidade da corrente eléctrica através da expressão:

$$I = j \cdot A$$

$$\Rightarrow I = \frac{Q}{A \cdot t} \cdot A \Leftrightarrow I = \frac{Q}{t} = I_m = \frac{Q}{t}$$

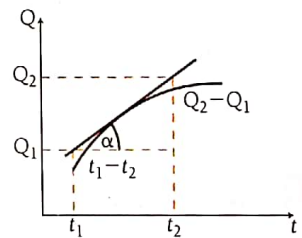
I_m representa a *intensidade média*, o que significa que a quantidade de carga que entra pela secção A_0 (do volume compreendido entre as áreas A_0 e A) e a quantidade de carga que sai pela secção A durante um mesmo intervalo de tempo t não é igual.

Se o *regime for estacionário* (se numa considerada porção do condutor não houver acumulação ou rarefacção de cargas eléctricas), a quantidade de carga que entra pela secção A_0 e a quantidade de carga que sai pela secção A , num mesmo intervalo de tempo, for igual, e a intensidade e o sentido da corrente não variarem com o tempo, define-se, então, a intensidade da corrente contínua.

$$I = \frac{Q}{t}$$

Se o *regime não for estacionário*, define-se a intensidade instantânea. A intensidade instantânea da corrente eléctrica, pode ser determinada pelo declive da recta tangente ao gráfico da carga eléctrica que atravessa o condutor, em função do tempo $[Q(t)]$. Assim,

$$I = \operatorname{tg}\alpha = \frac{Q_2 - Q_1}{t_2 - t_1}$$



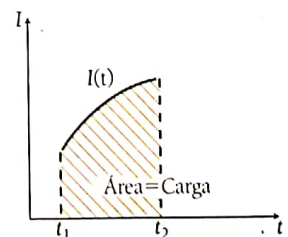
onde α é o ângulo formado pela recta tangente e o eixo dos tempos t .

Nota: $(t_1; Q_1)$ e $(t_2; Q_2)$ são as coordenadas de dois pontos quaisquer da recta no gráfico $Q(t)$.

Como consequência matemática directa, do facto atrás exposto, resulta que, a carga eléctrica que atravessa um condutor, pode ser dada pela área subentendida pelo gráfico da intensidade da corrente, em função do tempo $[I(t)]$.

Resumindo, pode afirmar-se que:

Por um lado, o declive da recta tangente ao gráfico $Q(t)$, dá-nos a intensidade da corrente I . Por outro lado, a área subentendida pelo gráfico $I(t)$, dá-nos a quantidade de carga que atravessa um dado condutor.



As unidades no SI da densidade da corrente eléctrica e da intensidade da corrente eléctrica são, respectivamente, o Ampère por metro quadrado ($A \cdot m^{-2}$) e o Ampère (A).

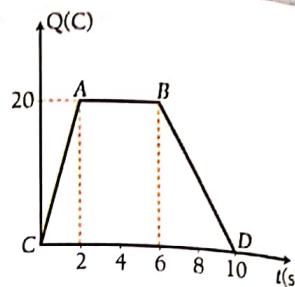


Exercício resolvido

1. A quantidade de carga eléctrica que atravessa um condutor metálico, varia com o tempo, de acordo com o gráfico apresentado.

a) Calcule a intensidade média da corrente nos intervalos de tempo de 0 a 2 s, de 2 a 10 s e de 0 a 10 s.

b) Supondo que é estacionário o regime da corrente, calcule a intensidade média da corrente de 2 a 6 s e a intensidade da corrente nos instantes 4 s e 8 s.



Resolução

a) $t_1 = 0; Q_1 = 0$
 $t_2 = 2 \text{ s}; Q_2 = 20 \text{ C}$

$$I_m = \frac{Q_2 - Q_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 0}{2 - 0} = 10 \text{ A}$$

$t_1 = 2 \text{ s}; Q_1 = 20 \text{ C}$
 $t_2 = 10 \text{ s}; Q_2 = 0$

$$I_m = \frac{0 - 20}{10 - 2} = -2,5 \text{ A}$$

$t_1 = 0; Q_1 = 0$
 $t_2 = 10 \text{ s}; Q_2 = 0$

$$I_m = \frac{0 - 0}{10 - 0} = 0 \text{ A}$$

b) $t_1 = 2 \text{ s}; Q_1 = 20 \text{ C}$
 $t_2 = 6 \text{ s}; Q_2 = 20 \text{ C}$

$$I_m = \frac{20 - 20}{6 - 2} = 0 \text{ A}$$

Nota: O sinal negativo deve-se à mudança de sentido da corrente.

Resistividade e Resistência de um condutor

O movimento ordenado das cargas eléctricas, num dado condutor, depende, fundamentalmente, da intensidade do campo eléctrico criado no seu interior. A densidade dessa corrente eléctrica \vec{j} é directamente proporcional à intensidade do campo eléctrico \vec{E} .

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E}$$

onde: σ – condutibilidade eléctrica

Da equação $I = \vec{j} \cdot A$

$$I = \sigma \cdot \vec{E} \cdot A$$

Sabe-se, também, que a intensidade do campo eléctrico está relacionada com o potencial eléctrico pela fórmula $E = \frac{U}{r}$, com $r = \ell$,

$$E = \frac{U}{\ell} \Rightarrow I = \sigma \cdot \frac{A}{\ell} \cdot U \Leftrightarrow \frac{U}{I} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{\ell}{A}$$

Define-se também

$$R = \frac{U}{I} \quad \text{e} \quad \rho = \frac{1}{\sigma}$$

onde: R – resistência do condutor em ohm (Ω)

ρ – resistividade do metal em $\Omega \cdot \text{m}$

Portanto a equação da resistência dum condutor pode ser escrita na forma:

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$$

onde: ℓ – comprimento do condutor em metros (m)

A – área da secção transversal do condutor em m^2

A oposição, que um dado condutor oferece à passagem da corrente eléctrica, dá-se o nome de *resistência eléctrica do condutor*.

A resistência eléctrica de um condutor depende, fundamentalmente, do material de que é feito (ρ), das características geométricas (ℓ e A) e das condições exteriores a que se encontra (em especial, da temperatura).

A dependência da resistência do condutor, das suas características geométricas, está representada graficamente na figura 4.3 (a) e (b).

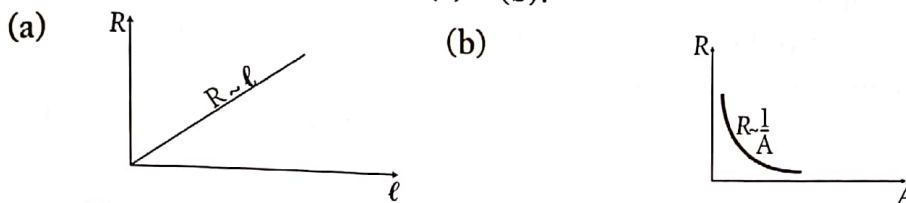


Fig.4.3 Dependência da resistência do condutor das suas características geométricas.

Os bons condutores eléctricos (como os metais e ligas metálicas) têm baixos valores de resistividade; os semicondutores têm valores de resistividade mais elevados, enquanto que os maus condutores eléctricos têm elevados valores de resistividade.

Lei de Ohm. Funções características de condutores

Em geral, a Lei de Ohm estabelece que para um condutor a temperatura constante, a intensidade da corrente que o percorre, é directamente proporcional à tensão aplicada nos seus terminais:

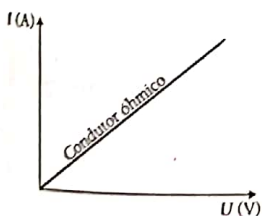
$$I \sim U$$

Isto significa que, se se duplicar a tensão, a intensidade da corrente também irá duplicar, se se triplicar também triplicará, etc.

Através de várias experiências, com diversos condutores eléctricos, o físico Georg Ohm conclui que o quociente entre a d.d.p (U) e a intensidade da corrente (I) é, aproximadamente constante.

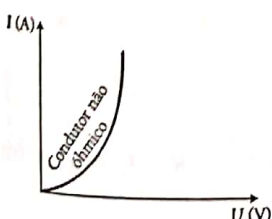
$$\frac{U}{I} \cong \text{constante}$$

Graficamente, podemos verificar que os gráficos $I = f(U)$ representam a resistência eléctrica.



- Os condutores que obedecem à Lei de Ohm são designados de **condutores óhmicos ou lineares**. Há proporcionalidade directa entre U e I

$$\frac{U}{I} \cong \text{constante} \Rightarrow \frac{U}{I} = R \text{ (resistência do condutor)}$$



- Os condutores que não obedecem à Lei de Ohm são designados de **condutores não óhmicos ou não lineares**.

$$\frac{U}{I} \cong \text{não constante}$$

Não há proporcionalidade directa entre U e I .

Associação de resistências

De acordo com as necessidades, na grande maioria dos circuitos eléctricos, entram resistências associadas em série, paralelo ou ainda associação mista (série e em paralelo).

Associação em série

Numa associação de resistências em série (figura 4.4), as resistências são associadas de tal forma em que uma das extremidades da primeira resistência liga-se a uma das extremidades da segunda. Por sua vez, a extremidade livre da segunda a uma terceira e assim sucessivamente. Portanto, as resistências são associadas de forma contínua.

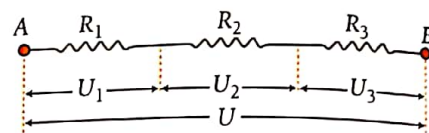


Fig.4.4 Associação de resistências em série.

Por isso, numa associação de resistências em série:

- A intensidade da corrente é a mesma em todas as resistências:

$$I_1 = I_2 = I_3 = \dots = I_n$$

- A queda da tensão total é igual à soma das quedas das tensões parciais:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$$

- A resistência total equivalente é :

$$I_1 = I_2 = I_3 = I; \quad U_1 + U_2 + U_3 = U; \quad R = \frac{U}{I}$$

$$R = \frac{U_1 + U_2 + U_3}{I}; \quad U_1 = R_1 \cdot I; \quad U_2 = R_2 \cdot I; \quad U_3 = R_3 \cdot I$$

$$R = \frac{R_1 \cdot I + R_2 \cdot I + R_3 \cdot I}{I} \Leftrightarrow R = R_1 + R_2 + R_3$$

A resistência de dois ou mais resistores associados em série é igual à soma das resistências de cada um dos resistores.

Para n resistências, tem-se,

$$R = \sum_{k=1}^n R_k \text{ com } n = n.^{\circ} \text{ de resistências}$$

Regra de divisão das tensões

As tensões, nos extremos de cada uma das resistências numa associação em série, relacionam-se na razão directa dos respectivos valores das resistências.

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \text{ ou } \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{U_1 + U_2}{U_1} = \frac{R_1 + R_2}{R_1}$$

Isto deve-se ao facto de a intensidade da corrente ser constante, e como $U = R \cdot I$, então há uma relação de directa proporcionalidade entre a tensão « U » e a resistência « R ».



Exercícios resolvidos

Dada a seguinte associação de resistências:

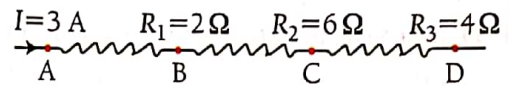
1. Compare, justificando:

a) I_1 e I_3

b) I_1 e $I_2 + I_3$

c) U_2 e U_3

d) U_1 e U_{BD}



Resolução

a) $I_1 = I_3$, porque se trata de uma associação em série.

b) $I_1 < I_2 + I_3$, porque $I_1 = I_2 = I_3$ (associação em série).

c) $U_2 > U_3$, porque $R_2 > R_3$, e na associação em série, a tensão é proporcional à resistência ($U \sim R$).

d) $U_1 < U_{BD}$, porque $R_1 < R_{BD}$ ($R_{BD} = R_2 + R_3$) e $U \sim R$.

$U_1 = 6 \text{ V}$ e $U_{BD} = 36 \text{ V}$

2. Quantas vezes U_2 é maior do que U_1 ?

Resolução

Como na associação de resistências em série $U \sim R$ (regra de divisão das tensões), temos,

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2} \Leftrightarrow \frac{U_1}{U_2} = \frac{6}{2} \Leftrightarrow \frac{U_2}{U_1} = 3 \Leftrightarrow U_2 = 3 \cdot U_1.$$

Assim, U_2 é três vezes maior do que U_1 .

3. Calcule $\frac{U_{AD}}{U_2}$.

Resolução

Da regra de divisão das tensões, tem-se,

$$\frac{U_{AD}}{U_2} = \frac{R_{AD}}{R_2} = \frac{R_1 + R_2 + R_3}{R_2} = \frac{12}{6} = 2 \Rightarrow \frac{U_{AD}}{U_2} = 2$$

4. Calcule U_t e com base na regra de divisão das tensões, calcule, também, U_3 e U_2 .

Resolução

$U_t = ?$ $I_t = 3 \text{ A}$ $R_t = R_1 + R_2 + R_3 = 12 \Omega$

$U_t = R \cdot I_t$

$U_t = 36 \text{ V}$

$\frac{U_t}{U_3} = \Leftrightarrow U_3 = \frac{U_t \cdot R_3}{R_t} \Leftrightarrow U_3 = 12 \text{ V}$

$\frac{U_t}{U_2} = \frac{R_t}{R_2} \Leftrightarrow U_2 = \frac{U_t \cdot R_2}{R_t} \Leftrightarrow U_2 = 18 \text{ V}$

Associação em paralelo

Numa associação de resistências em paralelo (figura 4.5) as extremidades das resistências estão ligadas aos mesmos pontos. Portanto, as resistências não estão ligadas numa forma contínua.

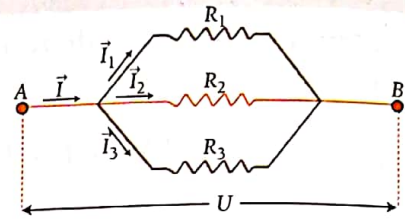


Fig.4.5 Associação de resistências em paralelo.

Por isso, numa associação de resistências em paralelo:

- As quedas parciais de tensão são iguais em todas as resistências:

$$U_1 = U_2 = U_3 \dots = U_n$$

- A intensidade total da corrente é igual à soma das intensidades parciais das correntes:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n$$

- O inverso da resistência equivalente é:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U; \quad I_1 + I_2 + I_3 = I; \quad \text{e como, } I_n = \frac{U}{R_n} \Rightarrow I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

- O inverso da resistência de dois ou mais resistores associados em paralelo é igual à soma dos inversos das resistências de cada um dos resistores.

Para n resistências

$$\frac{1}{R} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k} \quad n - \text{número de resistências}$$

Regra de divisão de correntes

As intensidades das correntes que atravessam uma associação de resistências em paralelo, relacionam-se na razão inversa das suas resistências.

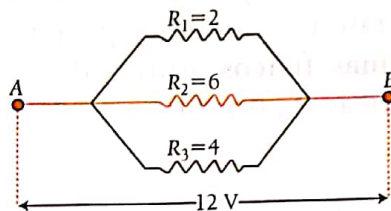
Para as resistências tem-se,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1} \quad \text{ou} \quad \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \quad \text{ou} \quad \frac{I_2 + I_3}{I_1} = \frac{R_1}{R_{23}}$$

Isto prende-se ao facto da tensão ser constante, então, da equação $I = \frac{U}{R}$ vê-se que a intensidade da corrente « I » é inversamente proporcional à resistência « R ».

Exercícios resolvidos

Dada a seguinte associação de resistências:



1. Compare, justificando:

- a) U_1 e U_3 b) U_1 e $U_2 + U_3$
- c) I_2 e I_3 d) I_1 e $I_2 + I_3$

Resolução

- a) $U_1 = U_3$, porque se trata de uma associação em paralelo.
- b) $U_1 < U_2 + U_3$, porque $U_1 = U_2 = U_3$ (associação em paralelo).
- c) $I_2 < I_3$, porque $R_2 > R_3$, e, na associação em paralelo, a corrente é inversamente proporcional à resistência ($I \sim \frac{1}{R}$), logo $I_2 < 1,5 I_3$.
- d) $I_1 < I_2 + I_3$, porque $R_1 > R_{2/3}$.

onde $\left[\frac{1}{R_{2/3}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right]$ e $I \sim \frac{1}{R}$

2. Quantas vezes I_2 é menor do que I_1 ?

Resolução

Como na associação de resistências em paralelo $I \sim \frac{1}{R}$ (regra de divisão das correntes), temos,

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{2}{6} \Leftrightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow I_2 = \frac{1}{3} I_1$$

Assim, I_2 é três vezes menor do que I_1 .

3. Calcule $\frac{I_t}{I_2}$

Resolução

$$\frac{I_t}{I_2} = \frac{R_2}{R_t} \Leftrightarrow \frac{I_t}{I_2} = \frac{6}{\frac{12}{11}} \Leftrightarrow \frac{I_t}{I_2} = \frac{11}{2} \Rightarrow \frac{I_t}{I_2} = 5,5$$

Note que: $\frac{1}{R_t} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Leftrightarrow R_t = \frac{12}{11} \Omega$

4. Calcule I_t e, com base na regra de divisão das correntes, calcule, também, I_3 e I_2 .

Resolução

$$I_t = \frac{U_t}{R_t} \Leftrightarrow I_t = 11A \quad \frac{I_t}{I_3} = \frac{R_3}{R_t} \Leftrightarrow I_3 = \frac{I_t \cdot R_t}{R_3} = I_3 = 3A$$

$$\frac{I_t}{I_2} = \frac{R_2}{R_t} \Leftrightarrow I_2 = \frac{I_t \cdot R_t}{R_2} \Leftrightarrow I_2 = 2A$$

Circuito eléctrico

Para que seja possível o movimento orientado dos portadores de carga é necessário que haja um trajecto (caminho) para a corrente eléctrica. Por isso, instalam-se circuitos eléctricos. São sistemas físicos através dos quais se faz a transferência de energia e transporte de cargas eléctricas (figura 4.6).

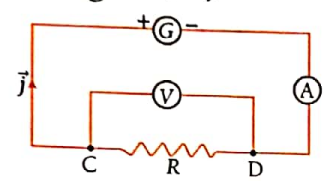


Fig.4.6 Circuito eléctrico.

- G – gerador de corrente eléctrica
- A – amperímetro
- V – voltímetro
- \vec{j} – densidade da corrente eléctrica
- R – resistência

Um circuito eléctrico dispõe sempre de uma fonte de energia (gerador, pilha, bateria ou dínamo) e de um ou mais receptores de energia (lâmpada, campainhas ou motores). Nos circuitos eléctricos instalam-se interruptores para permitir «ligar» ou «desligar» a corrente eléctrica.

Os amperímetros são intercalados, nos circuitos em série, nos ramos em que se pretende medir a intensidade da corrente. Os amperímetros devem possuir pequena resistência para não alterarem o valor da queda da tensão no ramo onde se encontram inseridos (figura 4.6).

Os voltímetros são ligados em paralelo nos pontos entre os quais se pretende medir a d.d.p. Os voltímetros devem ter grande resistência para que, pela sua introdução no circuito, o valor da corrente, entre os pontos onde se encontram ligados, não se altere.

Na figura 4.6, por exemplo, o voltímetro está ligado aos extremos da resistência R (pontos C e D). Desta forma, o voltímetro dá-nos a d.d.p. entre os pontos C e D.

Energia e Potência da corrente eléctrica. Lei de Joule

Quando, num certo intervalo de tempo t , é transportada uma carga eléctrica positiva Q , de A para B, as forças do campo eléctrico, existentes entre A e B, realizam um trabalho sobre a carga, (figura 4.7).

A libertação de energia, como calor, num condutor metálico, devido à passagem da corrente, designa-se por efeito térmico da corrente eléctrica ou efeito de Joule.

A energia dissipada no condutor, por efeito de Joule, depende das seguintes grandezas:

- d.d.p. nos seus terminais (U).
- Intensidade da corrente que o percorre (I).
- Intervalo de tempo de passagem de corrente eléctrica (t).

A expressão que relaciona a energia dissipada no condutor por efeito de Joule é :

$$E = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

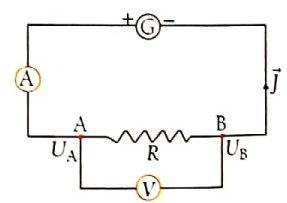


Fig.4.7 Lei de Joule.

onde: E – energia dissipada pela corrente no transporte de uma quantidade de carga numa certa porção do circuito.

A potência dissipada é uma grandeza física que é igual à energia dissipada na unidade de tempo. Assim,

$$P = \frac{E}{\Delta t} \quad \text{ou} \quad P = \frac{E}{t}$$

Onde: P – potência consumida na resistência durante a passagem da corrente.

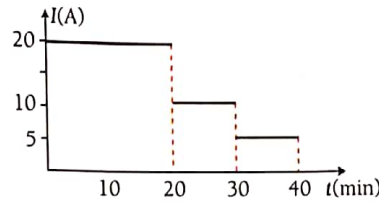
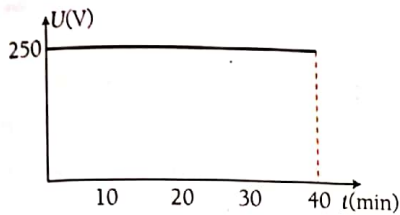
Como $E = R \cdot I^2 \cdot t$

$$P = \frac{R \cdot I^2 \cdot t}{t} \Rightarrow P = R \cdot I^2 \Rightarrow P \sim I^2$$

As unidades no SI de energia é o Joule (J) e de potência é o Watt (W).

Exercício resolvido

1. Os gráficos seguintes representam a variação da tensão e da intensidade da corrente por um período de 40 minutos, num dado termoacumulador.



Calcule a energia eléctrica consumida pelo termoacumulador:

- a) Nos primeiros 20 minutos, em kWh.
- b) Entre os 20 e 40 minutos, em kWh.
- c) Durante todos os 40 minutos, em kWh, em Joules e kilojoules.

Resolução

1. a) $U = 250 \text{ V}; I = 20 \text{ A}; t = 20 \text{ min} = \frac{1}{3} \text{ h}; 1 \text{ kWh} = 10^3 \text{ Wh}$

$$E = U \cdot I \cdot t \Leftrightarrow E = \frac{5000}{3} \text{ Wh} \Leftrightarrow E = \frac{5}{3} \text{ kWh}$$

b) $U_1 = 250 \text{ V}; I_1 = 10 \text{ A}; t_1 = 30 - 20 = 10 \text{ min} = \frac{1}{6} \text{ h}$

$$E = U_1 \cdot I_1 \cdot t_1 \Leftrightarrow E_1 = \frac{5}{12} \text{ kWh}$$

$U_2 = 250 \text{ V}; I_2 = 5 \text{ A}; t_2 = 40 - 30 = 10 \text{ min} = \frac{1}{6} \text{ h} \quad E_2 = \frac{5}{24} \text{ kWh}$

$$E_{1/2} = E_1 + E_2 = \frac{5}{12} + \frac{5}{24} \text{ kWh} \Rightarrow E_{1/2} = \frac{5}{8} \text{ kWh}$$

c) $E_t = E_1 + E_{1/2} = \frac{5}{3} + \frac{5}{8} = \frac{40 + 15}{24} = \frac{55}{24} \text{ kWh} \approx 2,3 \text{ kWh} \quad E_t = 2,3 \text{ kWh}$

$1 \text{ kWh} = 1 \times 10^3 \text{ W} \cdot 1 \text{ h} = 1 \times 10^3 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3,6 \times 10^6 \text{ Ws}$

mas como $1 \text{ Ws} = 1 \text{ J} \quad 1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$

$E_t = 2,3 \text{ kWh}$

$1 \text{ kWh} = 1 \times 10^3 \text{ W} \times 1 \text{ h} = 1 \times 10^3 \text{ W} \times 3600 \text{ s} = 3,6 \times 10^6 \text{ Ws}$

mas, como $1 \text{ Ws} = 1 \text{ J} \times 1 \text{ kWh} = 3,6 \times 10^6 \text{ J}$. Então a energia em Joule será

$E_t = 2,3 \text{ kWh} = 2,3 \times 3,6 \times 10^6 \text{ J} = 8,28 \times 10^6 \text{ J}$

mas $1 \text{ kJ} = 10^3 \text{ J}$. Então a energia em kilojoules será:

$E = 8,28 \times 10^6 \text{ J} = 8,28 \times 10^3 \text{ kJ} \Leftrightarrow E = 8\,280 \text{ kJ}$

Força electromotriz (f.e.m.)

No exterior da fonte de tensão, (figura 4.8) as cargas positivas são transportadas do potencial mais alto (A) para o mais baixo (B). Durante o transporte, parte da energia potencial eléctrica das cargas é convertida em calor. Mas, a produção de calor é um processo irreversível, no sentido termodinâmico.

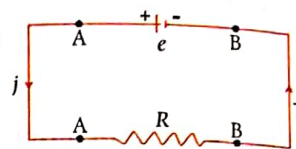


Fig.4.8 A força electromotriz (f.e.m.).

Ao chegarem a B, para completarem o circuito, as cargas devem ser transportadas, no interior da bateria, de B para A (do potencial mais baixo para o mais alto).

Em qualquer fonte de tensão, ocorrem transformações reversíveis, isto é, a energia da forma não eléctrica da fonte é transformada em energia eléctrica. Durante este processo, surge, no interior da fonte, um *campo electromotor que aponta dos potenciais mais baixos para os potenciais mais altos*. São as forças aplicadas deste campo que, realizando um trabalho, originam, dentro da fonte de tensão, uma *f.e.m* (força electromotriz), que provoca um deslocamento das cargas eléctricas positivas de B para A (figura 4.8).

Em geral, a *f.e.m.* de um gerador mede a energia de qualquer forma não eléctrica [química, mecânica, etc. (menos calorífica)], convertida em energia eléctrica, por unidade de carga transportada através de qualquer porção do circuito.

$$\epsilon = \frac{E}{Q}$$

E – energia transformada e utilizada para realizar trabalho de natureza mecânica ou não

Q – carga transportada ao longo do circuito

ϵ – força electromotriz

Representação de uma fonte *f.e.m.* nos circuitos eléctricos:

+ – pólo com potencial mais elevado

– – pólo com potencial menos elevado

A unidade no SI de *f.e.m* é o Volt (v).

Força contraelectromotriz (f.c.e.m.)

As cargas eléctricas, quando passam através de um motor eléctrico, perdem a sua energia eléctrica, que aparece transformada em energia mecânica. É, por isso, que o potencial de «b» deve ser maior que o de «c». Verifica-se, assim, que o sentido da corrente no motor contraria o da *f.e.m.*. Por isso, se designa esta de *f.c.e.m.* (força contraelectromotriz ϵ') – figura 4.9.)

Em geral, a *f.c.e.m.* é a razão entre a energia [mecânica, química, etc. (menos a calorífica)] E' , obtida num gerador, durante um certo intervalo de tempo, e a carga Q que o atravessa no mesmo intervalo de tempo.

$$\epsilon' = \frac{E'}{Q}$$

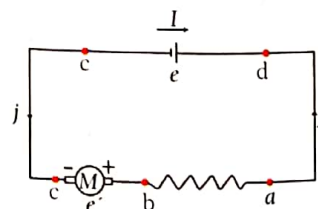


Fig.4.9 A força contra electromotriz.

Leis de Kirchhoff

As Leis de Kirchhoff e o princípio de sobreposição das correntes eléctricas, utilizam-se no cálculo de circuitos eléctricos (redes eléctricas). Este cálculo consiste em determinar os valores das intensidades das correntes, da d.d.p. ou resistências ao longo de circuitos.

Numa rede eléctrica, chama-se **nodo**, ao ponto da rede onde concorrem (convergem) três ou mais condutores e **malha**, qualquer percurso fechado do circuito eléctrico, compreendido entre vários condutores.

1.ª Lei de Kirchhoff (Lei dos Nodos)

A soma algébrica das intensidades das correntes, que concorrem num nodo qualquer de uma rede de condutores, é igual a zero (figura 4.10).

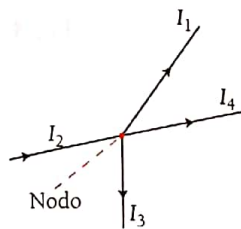


Fig.4.10 Lei dos Nodos.

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \Rightarrow I_2 - I_1 - I_3 - I_4 = 0 \text{ porque,}$$

I_2 está a entrar no nodo e
 I_1, I_3 e I_4 estão a sair do nodo.

Esta lei baseia-se na *lei da conservação de carga eléctrica*. Para aplicar esta lei é necessário arbitrar um sinal para a corrente eléctrica:

- Se considerarmos positivas as correntes que se aproximam do nodo, então as que se afastam são negativas (e vice-versa).

2.ª Lei de Kirchhoff (Lei das Malhas)

A soma algébrica das forças electromotrizes, numa dada malha, é igual à soma algébrica das quedas de potencial nos diferentes ramos que constituem a malha (figura 4.11).

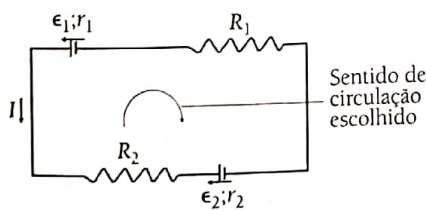


Fig.4.11 A lei das malhas.

$$\sum_{k=1}^n \epsilon_k = \sum_{k=1}^n U_j = \sum_{k=1}^n R_j \cdot I_j, \text{ esta lei baseia-se}$$

na *lei da conservação da energia*.

$$\Rightarrow \epsilon_2 - \epsilon_1 = -(r_1 + R_2) \cdot I - (r_2 + R_1) \cdot I$$

n - número de geradores na malha
 n' - número de resistências na malha

- Consideram-se positivas as f.e.m.s. que, numa dada malha, coincidem com o sentido de circulação escolhido nela e negativas as que não coincidem.
- Consideram-se positivas as correntes que, numa dada malha, coincidem com o sentido de circulação escolhido nela e de negativas as que não coincidem.

Aplicações das leis de Kirchhoff

Pretende-se, a partir dos dados da figura 4.12(a), determinar o valor e o sentido das intensidades das correntes que atravessam cada uma das resistências.

Passos a seguir:

1. Escolher, arbitrariamente, o sentido das correntes nas resistências e nos geradores – figura 4.12 (b).
2. Aplicar a lei dos nodos para o nodo A ou B.

Sendo k o número de nodos existentes no circuito dado, o número de equações independentes por escrever, será $k - 1$. Por isso, para o caso presente, (temos dois nodos $k = 2$), $k - 1 = 1$; isto significa que só é necessário escrever a equação de um só nodo. Assim, para o nodo A, tem-se:

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

3. Escolher as malhas de modo a que cada malha posterior inclua, pelo menos, uma ramificação não incluída nas malhas anteriores (figura 4.12 (b)).
 - Sendo m o número de ramificações e k o número de nodos, então, será $m - k + 1$ o número de equações independentes por se escreverem.

No caso da figura 4.12(b), $m = 3$ e $k = 2$, então,

$$m - k + 1 = 3 - 2 + 1 = 2$$

Isto significa que são necessárias, duas equações, apenas, para resolver o circuito dado.

Assim,

Para a malha I: $\begin{cases} \varepsilon_1 = I_1 (r_1 + R_1) - I_2 \cdot R_2 \end{cases}$

Para a malha II: $\begin{cases} \varepsilon_2 = - I_3 (r_2 + R_3) - I_2 \cdot R_2 \end{cases}$

4. Resolver o sistema de equações resultante.

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ \varepsilon_1 = I_1(r_1 + R_1) - I_2 \cdot R_2 \\ \varepsilon_2 = - I_3(r_2 + R_3) - I_2 \cdot R_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 2 \cdot I_1 - 4 \cdot I_2 \\ 4 = -2 \cdot I_3 - 4 \cdot I_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = I_1 - 2 \cdot I_2 \\ I_3 = -2 - 2 \cdot I_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_1 = 3 + 2 \cdot I_2 \\ I_3 = -2 - 2 \cdot I_2 \end{cases}$$

Substituindo na equação do nó (A) os valores de I_1 e I_3 , vamos encontrar I_2 :

$$\begin{cases} 3 + 2 \cdot I_2 + I_2 + 2 + 2 \cdot I_2 = 0 \\ \text{---} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \cdot I_2 + 5 = 0 \\ \text{---} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = -1 \text{ A} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I_2 = -1 \text{ A} \\ I_1 = 1 \text{ A} \\ I_3 = 0 \end{cases}$$

5. Se do cálculo resultam uma ou mais intensidades da corrente negativa, deve-se concluir que o verdadeiro sentido da corrente é contrário ao estabelecido.

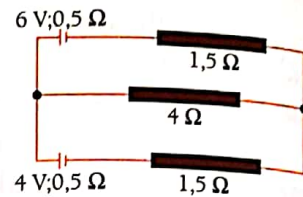


Fig.4.12 (a)

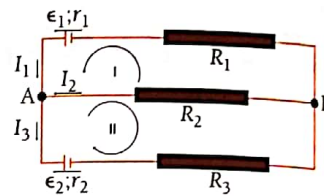


Fig.4.12 (b)

Princípio de sobreposição das correntes eléctricas

As correntes que circulam simultaneamente num meio linear, independentemente umas das outras, ocasionam uma perturbação resultante num ponto qualquer desse meio linear, que é igual à soma das perturbações atribuídas a cada uma das correntes separadamente.

Para determinar o valor e o sentido das intensidades das correntes que percorrem um meio linear, teremos os seguintes passos:

1. Todas as fontes de tensão devem ser curto-circuitadas, menos uma figura 4.13 (a).
2. Calcular as intensidades das correntes parciais em cada ramificação.

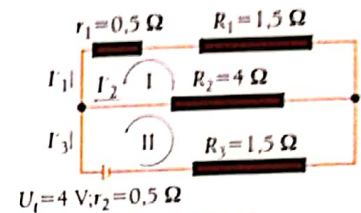


Fig. 4.13 (a)

$$R_S = r_1 + R_1 = 2 \Omega$$

$$R_P = \frac{R_S \cdot R_2}{R_S + R_2} = \frac{4}{3} \Omega$$

$$R_1 = R_P + R_3 + r_2 = \frac{10}{3} \Omega$$

$$I_1 = \frac{U_t}{R_1} = 1,2 \text{ A} \quad I_t = I_P = I_3 \Rightarrow I_3 = 1,2 \text{ A}$$

$$U_P = I_P \cdot R_P = 1,6 \text{ V} \text{ mas } U_P = U_S = U_2 \Rightarrow I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 0,4 \text{ A}$$

$$I_S = \frac{U_S}{R_S} = 0,8 \text{ A} \text{ mas } I_S = I_1 \Rightarrow I_1 = 0,8 \text{ A}$$

3. Repetir os passos 1 e 2, até que as intensidades das correntes parciais, em cada ramificação, sejam determinadas.

$$R_S = r_2 + R_3 = 2 \Omega \text{ e } R_P = \frac{R_S \cdot R_2}{R_S + R_2} = \frac{4}{3} \Omega$$

$$R_t = R_P + R_1 + r_1 = \frac{10}{3} \Omega$$

$$I_t = \frac{U_t}{R_t} = + 1,8 \text{ A} \Rightarrow I''_1 = 1,8 \text{ A}$$

$$U_P = R_P \cdot I_P = 2,4 \text{ V} \text{ como } U_P = U_S = U_2$$

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} \Rightarrow I''_2 = 0,6 \text{ A}; \quad I_S = \frac{U_S}{R_S} = 1,2 \text{ A}; \quad I_S = I_3 \Rightarrow I_3 = 1,2 \text{ A}$$

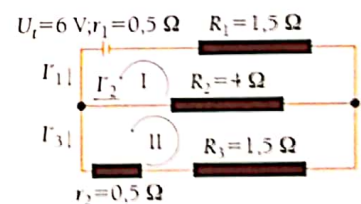


fig. 4.13 (b)

4. Determinar as intensidades totais das correntes, em cada ramo, adicionando as intensidades das correntes parciais de cada ramo.

$$I_1 = I''_1 - I_1 \text{ (porque têm sentidos contrários na ramificação)}$$

$$I_2 = I_2 + I''_2 \text{ (porque têm o mesmo sentido na ramificação)}$$

$$I_3 = I''_3 - I_3 \text{ (porque têm sentidos contrários na ramificação)}$$

Equações dos circuitos eléctricos

Circuito eléctrico sem receptor

Aplicando a segunda Lei de Kirchoff, tem-se,

$$\varepsilon = r \cdot I + R \cdot I$$

$$\varepsilon = (r + R) \cdot I; \quad r + R = R_t \quad \varepsilon = R_t \cdot I$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_t}$$

R_t – resistência total do circuito

I – intensidade da corrente que percorre o circuito

Da equação $\varepsilon = \frac{E}{Q} \Leftrightarrow E = \varepsilon \cdot Q;$

$$P = \frac{E}{t} \Leftrightarrow E = P \cdot t$$

$$P \cdot t = \varepsilon \cdot Q; \quad I = \frac{Q}{t} \Leftrightarrow Q = I \cdot t; \quad P \cdot t = \varepsilon \cdot I \cdot t$$

$$P_G = \varepsilon \cdot I$$

P_G – potência do gerador

Multiplicando ambos os membros da equação $\varepsilon = r \cdot I + R \cdot I$ por I

$$\varepsilon \cdot I = r \cdot I^2 + R \cdot I^2; \quad P_u = R \cdot I^2 \Rightarrow \varepsilon \cdot I = r \cdot I^2 + P_u \Rightarrow P_u = \varepsilon \cdot I - r \cdot I^2$$

$$(\varepsilon \cdot I) - (r \cdot I^2) = P_u$$

Potência do gerador

Potência dissipada na resistência interna do gerador

Potência útil

P_u – Potência útil (potência utilizável fora do gerador)

$$P_u = \varepsilon \cdot I - r \cdot I^2; \quad P_u = U \cdot I \quad U \cdot I = \varepsilon \cdot I - r \cdot I^2 \Leftrightarrow U \cdot I = I(\varepsilon - r \cdot I)$$

P_u – potência útil do gerador

P_G – potência do gerador

η – rendimento do gerador

onde:

$$U = \varepsilon - r \cdot I \quad \text{sendo } r = \text{tg } \alpha$$

U – d.d.p. entre os terminais do gerador

Esta equação pode ser representada graficamente, figura 4.15.

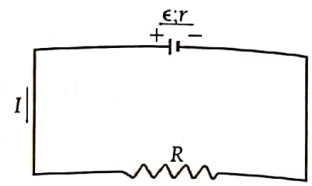


Fig.4.14 Circuito eléctrico sem receptor.

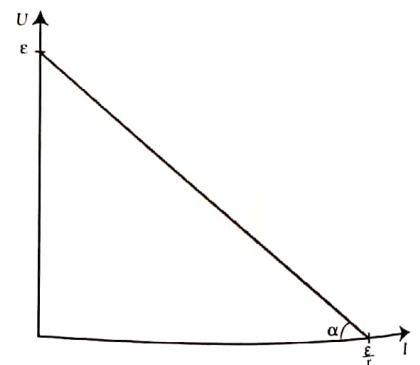


Fig.4.15 Tensão nos terminais do gerador em função da intensidade da corrente.

A potência útil mede a rapidez com que a energia útil E_u é realizada num certo intervalo de tempo t .

$$P_u = \frac{E_u}{t}; \quad P_u = \varepsilon \cdot I - r \cdot I^2 \quad \text{então} \quad \frac{E_u}{t} = \varepsilon \cdot I - r \cdot I^2 \Leftrightarrow$$

$$E_u = (\varepsilon \cdot I - r \cdot I^2) \cdot t$$

onde:

E_u - energia útil no intervalo de tempo t

A grandeza E_u pode ainda ser expressa em função da tensão U nos terminais do gerador.

O rendimento dum gerador de f.e.m., é a razão entre a potência útil e a potência do gerador por isso:

$$\eta = \frac{P_u}{P_g} \times 100$$

onde:

P_u - potência útil do gerador

P_g - potência do gerador

η - rendimento do gerador

Resumo - Corrente eléctrica contínua

$$j = \frac{Q}{A \cdot t}$$

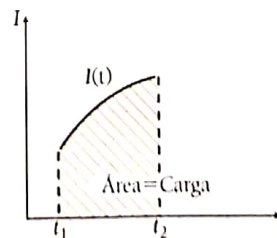
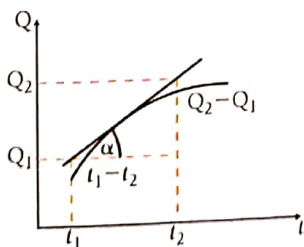
j - densidade da corrente eléctrica
 A - secção transversal do condutor
 Q - quantidade de carga que atravessa o condutor
 t - intervalo de tempo durante o qual Q atravessa A_1

$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

I - intensidade instantânea da corrente
 Q - carga eléctrica
 t - intervalo de tempo

O declive da recta tangente ao gráfico $Q(t)$ dá-nos a intensidade instantânea da corrente I . ($I = \operatorname{tg} \alpha$).

A área subentendida pelo gráfico $I(t)$ dá-nos a quantidade de carga que atravessa um dado condutor.



$$R = \frac{U}{I}$$

R - resistência eléctrica
 U - tensão (d.d.p.)
 I - intensidade da corrente

$$\rho = \frac{1}{\sigma}$$

ρ - resistividade eléctrica
 σ - condutibilidade eléctrica

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$$

R – resistência eléctrica
 ρ – resistividade eléctrica
 ℓ – comprimento do condutor
 A – área da secção transversal do condutor

Associação de resistências

Em série

$$I = \text{const. } U \sim R$$

(Regra de divisão de tensões)

$$U = \sum_{k=1}^n U_k$$

I – intensidade da corrente

$$R = \sum_{k=1}^n R_k$$

U – tensão (*d.d.p.*)

R_t – resistência total ou equivalente

Em paralelo

$$U = \text{const. } I \sim \frac{1}{R}$$

(Regra de divisão de correntes)

$$I = \sum_{k=1}^n I_k$$

I – intensidade da corrente

U – tensão *d.d.p.*

$$\frac{1}{R_1} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{R_k}$$

R_t – resistência total ou equivalente

Circuito eléctrico

$$E = R \cdot I^2 \cdot \Delta t$$

E – energia libertada (dissipada)

R – resistência eléctrica

I – intensidade da corrente eléctrica

Δt – intervalo de tempo

$$P = R \cdot I^2$$

P – potência da corrente eléctrica

R – resistência eléctrica

I – intensidade da corrente eléctrica

Lei de Joule

$$P \sim I^2$$

P – potência dissipada na resistência R na forma calorífica

Leis de Kirchhoff

Lei dos nodos

$\sum_{k=1}^n I_k = 0$ A soma algébrica das intensidades das correntes I_k , que concorrem num nodo qualquer de uma rede de condutores, é igual a zero.

Lei das malhas

$\sum_{k=1}^n \varepsilon_k = \sum_{j=1}^n U_j = \sum_{j=1}^n R_j \cdot I_j$, A soma algébrica das forças electromotrizes ε_k é igual à soma algébrica das quedas de potencial U_j numa dada malha.

Circuito eléctrico sem receptor

$$I = \frac{\varepsilon}{R_t}$$

ε – força electromotriz (*f.e.m.*)
 R_t – resistência total ou equivalente do circuito
 I – intensidade da corrente

$$P_G = \varepsilon \cdot I$$

P_G – potência do gerador
 ε – força electromotriz (*f.e.m.*)
 I – intensidade da corrente

$$P_u = \varepsilon \cdot I - r \cdot I^2$$

P_u – potência útil
 r – resistência interna do gerador

$$U = \varepsilon - r \cdot I$$

U – *d.d.p.* nos terminais do gerador

$$E_u = (\varepsilon \cdot I - r \cdot I^2) \cdot t$$

$$E_u = U \cdot I \cdot t$$

E_u – energia útil do gerador
 t – intervalo de tempo

$$\eta = \frac{P_u}{P_G} \times 100$$

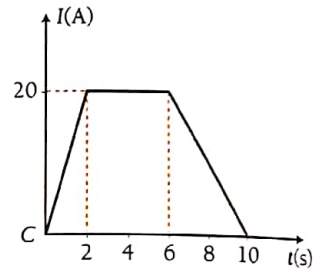
η – rendimento do gerador

Grandeza física		Grandeza física	
Nome	Símbolo	Nome	Símbolo
Tensão (<i>d.d.p.</i>)	U	volt	V
Intensidade da corrente	I	ampère	A
Resistência	R	ohm	Ω
Potência	P	watt	W
Energia	E	joule	J
Temperatura	T	kelvin	K
Comprimento	ℓ	metro	m
Área	A	metro quadrado	m^2
Densidade da corrente	j	ampère/metro quadrado	$A \cdot m^{-2}$
Resistividade	ρ	ohm · metro	$\Omega \cdot m$
Condutibilidade eléctrica	σ	$(ohm \cdot metro)^{-1}$	$(\Omega \cdot m)^{-1}$
Força electromotriz (<i>f.e.m.</i>)	ε	volt	V
Força contraelectromotriz (<i>f.c.e.m.</i>)	ε'	volt	V
Rendimento	η	percentagem	-

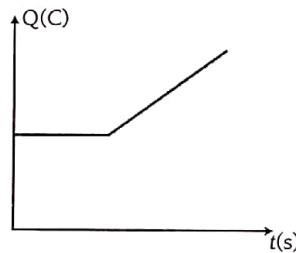


- As resistências $R_1 = 10 \Omega$ e $R_2 = 20 \Omega$, são do mesmo material e têm o mesmo comprimento. Das afirmações que se seguem, escolha a verdadeira:
 - A área da secção do resístor R_1 é o dobro da do R_2 .
 - A área da secção do resístor R_1 é metade da do R_2 .
 - Os dois resístores têm a mesma área de secção.
- Que acontece com a resistência de um condutor, se:
 - Duplicarmos a sua secção transversal?
 - Aumentarmos a sua resistividade em 0,02 vezes?
 - Duplicarmos o seu comprimento e quadruplicarmos a sua secção transversal?

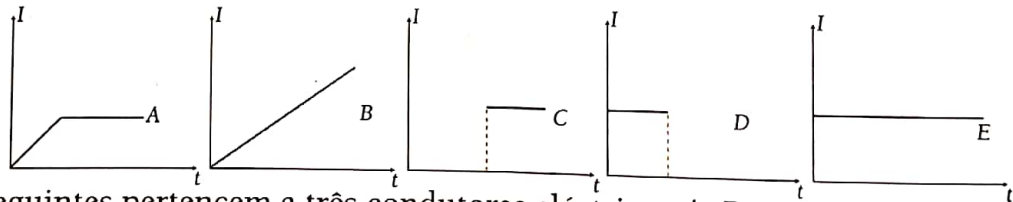
- A intensidade da corrente eléctrica, num condutor, é dada pelo gráfico apresentado.
 - Calcule a quantidade de carga que atravessa o condutor no intervalo de 0 a 2 s, de 2 a 6 s, de 6 a 10 s e de 0 a 10 s.
 - Construa o gráfico de $Q(t)$.



- Observe o gráfico de $Q(t)$, da carga que atravessa um condutor.



Qual dos seguintes gráficos melhor representa o respectivo gráfico de $I(t)$, para um regime estacionário da corrente?



- As tabelas seguintes pertencem a três condutores eléctricos A, B e C.

I(A)	U(V)
0	0
2	4
5	10
20	40
25	50

Condutor A

I(A)	U(V)
0	0
5	5
8	16
10	30
12	48

Condutor B

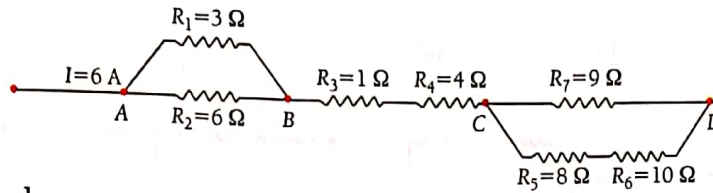
I(A)	U(V)
0	0
2,5	0,25
4	0,4
20	2
30	3

Condutor C

- Represente graficamente $U(I)$ (use papel milimétrico).
- Classifique os condutores em «óhmico» e «não óhmico», com base na representação gráfica.
- Calcule a resistência do condutor C, quando a corrente que o atravessa é de 20 A.



6. Dada a seguinte associação de resistências:



Compare justificando:

- | | | | | |
|------------------|------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| a) I_1 e I_2 | b) I_3 e I_4 | c) I_7 e $I_5 + I_6$ | d) I_5 e I_3 | e) I_4 e $I_1 + I_2$ |
| f) U_1 e U_2 | g) U_7 e U_5 | h) U_3 e U_4 | i) U_{AB} e U_{CD} | |

7. Quantas vezes:

- I_7 é maior do que I_6 , e;
- U_{CD} é menor do que U_4

8. Calcule:

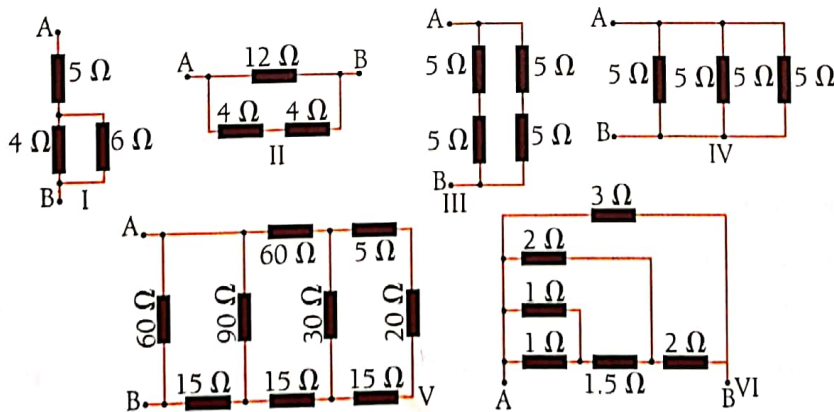
- U_t
- $\frac{U_{BC}}{U_{AB}}$
- $\frac{I_1}{I_2}$
- $\frac{U_{CD}}{U_4}$

9. A figura representa um condutor por cuja secção transversal ΔA passa 4×10^{20} electrões em 40 s. Sabendo que a carga elementar do electrão é de $1,6 \times 10^{-19}$ C, determine:



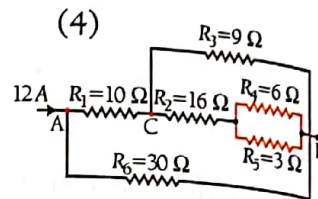
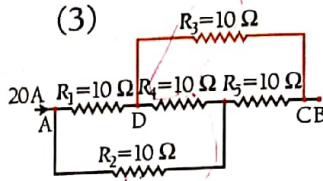
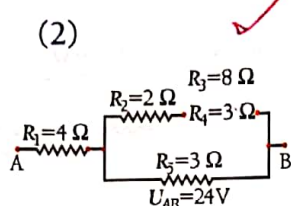
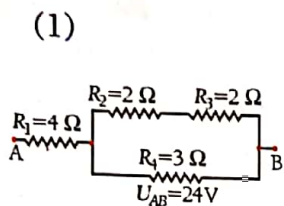
- O sentido do campo eléctrico no interior do condutor.
- O sentido da corrente no interior do condutor.
- A quantidade da carga transportada através da secção transversal.
- A intensidade da corrente que percorre o condutor.
- A intensidade da corrente que percorreria o condutor se os electrões atravessassem ΔA em 20 s.
- Que deveria, então, acontecer com a velocidade dos electrões para que atravessassem ΔA em 20 s? E com a intensidade do campo eléctrico? Justifique.

10. Calcule a resistência total entre os pontos A e B das associações das figuras.





11. Considere os circuitos dados, onde as resistências são medidas em ohm e calcule:



- A resistência total.
- A intensidade da corrente total.
- A intensidade da corrente em cada uma das resistências.
- A *d.d.p.* em cada uma das resistências.
- A quantidade de carga transportada em cada resistência em 10 s.

12. Os valores das resistências de uma associação em série, relacionam-se entre si na razão: $R_1 : R_2 = 2 : 4$. A *d.d.p.* na resistência R_1 é de 5 V.

- Qual é o valor da *d.d.p.* da associação?
- Qual é o valor da *d.d.p.* na resistência R_2 ?

13. Os valores dos potenciais de uma associação em série, relacionam-se entre si na razão: $U_1 : U_2 = 5 : 15$. A resistência equivalente da associação é de 25 Ω .

- Qual é o valor da resistência R_1 ?
- Qual é o valor da resistência R_2 ?

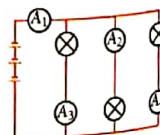
14. Os valores das resistências de uma associação em paralelo relacionam-se na razão: $R_1 : R_2 = 2 : 4$. A intensidade da corrente na resistência R_2 é de 2 A.

- Qual é o valor da intensidade da corrente total?
- Qual é o valor da intensidade da corrente na resistência R_1 ?

15. Os valores das intensidades das correntes numa associação em paralelo, relacionam-se na razão: $I_1 : I_2 = 4 : 8$. O valor da resistência R_1 é de 2 Ω .

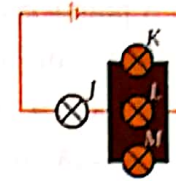
- Qual é o valor da resistência equivalente?
- Qual é o valor da resistência R_2 ?

16. Na figura, todas as lâmpadas são idênticas e de igual brilho. O amperímetro A_1 indica 0,25 A. Qual é a intensidade da corrente indicada pelos outros três amperímetros?



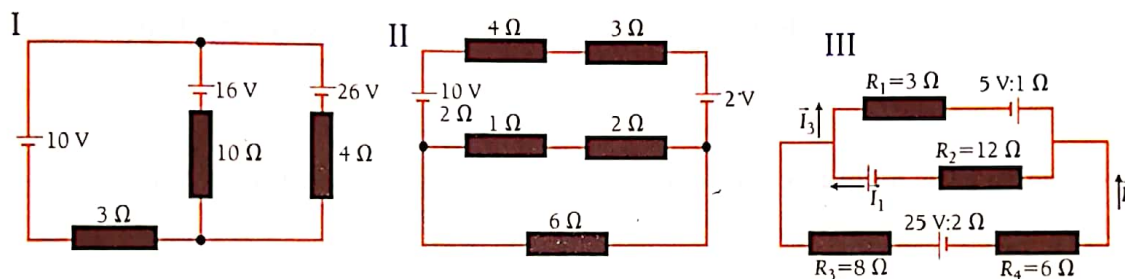


17. J, K, L e M são lâmpadas idênticas. Se a lâmpada K for removida, qual das afirmações que se seguem é correcta?



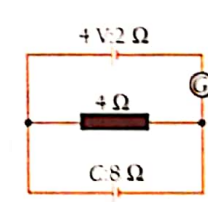
- A. J, K e M apresentarão o mesmo brilho.
- B. J apresentar-se-á com um maior brilho (que o inicial), mas menos brilhante do que L e M agora.
- C. J apresentar-se-á com um menor brilho (que o inicial), mas menos brilhante do que L e M agora.
- D. J apresentar-se-á com um menor brilho (que o inicial), mas mais brilhante do que L e M agora.
- E. J apresentar-se-á com igual brilho mas mais brilhante que L e M agora.

18. Considere os circuitos da figura e determine para cada um deles:

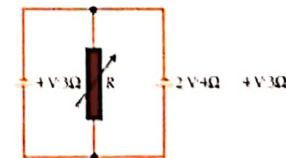


- a) O valor e o sentido da intensidade da corrente em cada uma das resistências.
- b) O valor da *d.d.p.* em cada uma das resistências.

19. Na figura, a corrente que atravessa o galvanómetro G é nula. Calcule a *f.e.m.* da bateria e a intensidade da corrente que a atravessa.

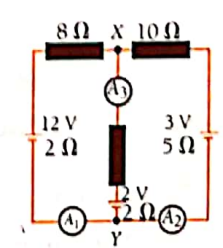


20. Na figura, a resistência *R* é variada até que a corrente que atravessa o gerador de 2 V seja nula. Em que valor de *r* acontece isto e com que intensidade a corrente atravessa a resistência *R*?



21. Observe o circuito da figura.

- a) Determine a intensidade da corrente que percorre cada ramo do circuito.
- b) Calcule a *d.d.p.* entre os dois nodos do circuito.

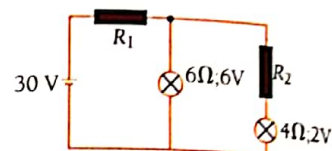




22. A potência dissipada numa resistência de crómio, quando a *d.d.p.* entre os seus extremos é de 20 V, é de 10 W.

- Calcule o comprimento de um fio de crómio que constitui a resistência, sabendo que a secção transversal é de $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ e a resistividade é de $1 \times 10^{-6} \Omega \cdot \text{m}$.
- Qual deveria ser o comprimento do fio se a sua secção transversal fosse metade da prevista? Justifique.

23. Qual deve ser o valor de R_1 e R_2 , no circuito da figura, para que as lâmpadas L_1 e L_2 funcionem segundo as indicações do fabricante? E se a lâmpada L_2 fundisse, que aconteceria com a outra lâmpada? Explique.

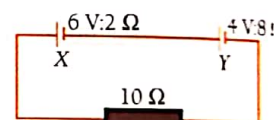


24. Uma bateria de *f.e.m.* 4 V e resistência interna de $0,5 \Omega$ é associada a uma resistência de 9Ω .

- Calcule a *d.d.p.* nos terminais da bateria.
- Qual deverá ser o valor de uma resistência adicional em série, para que a *d.d.p.*, nos terminais do gerador, seja de 3,6 V?

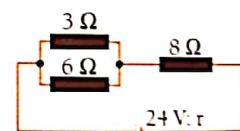
25. Observe atentamente a figura e, de acordo com as condições da figura, calcule:

- A *d.d.p.* nos terminais em cada fonte de tensão.
- Se a polaridade da fonte de tensão Y for invertida, qual deverá ser então, a *d.d.p.* nos terminais de cada fonte?

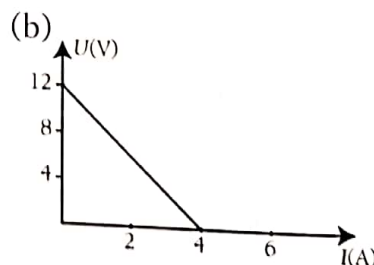
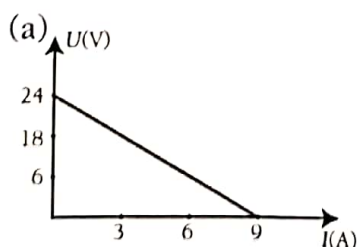


26. Na figura, a intensidade da corrente que atravessa a resistência de 3Ω é de 0,8 A. Calcule:

- A intensidade da corrente que atravessa a resistência de 6Ω e a resistência r .
- A *d.d.p.* nos terminais da bateria.



27. Os gráficos da figura (a) e (b), foram colhidos com base em dados de circuitos eléctricos sem receptores. Calcule para cada um deles:



- A *f.e.m.* da fonte de tensão, nos casos (a) e (b).
- A resistência interna da fonte de tensão, nos casos (a) e (b).
- A resistência externa do circuito, sabendo que a intensidade que percorre o circuito (a) é de 2 A e a que percorre o circuito (b) é de 0,5 A.
- A *d.d.p.* nos terminais da fonte de tensão.

Electromagnetismo

Magnetismo

Na Electrostática fez-se referência à introdução do conceito de «acção do campo», por Michael Faraday. Assim, a interacção (atração ou repulsão) entre cargas eléctricas, deve-se à acção recíproca dos campos eléctricos originados pelas cargas.

A analogia existente entre as figuras (a) e (b), (c) e (d), (figura 4.16), permite chegar à conclusão da existência de um campo em (b) e (d), mas de origem diferente, do campo existente em (a) e (c).

Ao campo de (b) e (d), deu-se o nome de *campo magnético*, pois este foi originado por um magnete (ímã).

As letras N e S, representam os *pólos Norte e Sul*, do magnete, respectivamente.

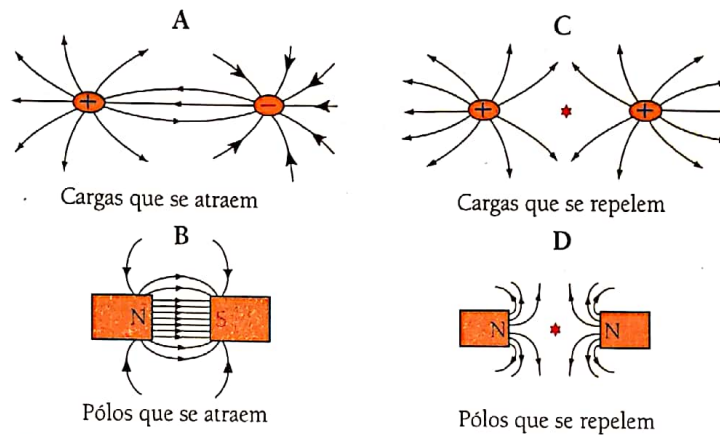


Fig.4.16 Analogia entre o campo eléctrico e magnético.

Da figura 4.16 (d), também se pode concluir que *pólos do mesmo nome repelem-se* e de *nomes diferentes atraem-se* – lei qualitativa das interacções magnéticas.

Para se caracterizar o *campo magnético* usa-se o vector da indução magnética \vec{B} .

As linhas à volta do magnete, figura 4.16 (b) e (d), permitem visualizar o campo magnético, indicando a forma das linhas do campo, também designadas de linhas de força.

Os vectores da indução magnética, devem ser tangentes às linhas do campo, (figura 4.17).

O campo magnético pode, também, ser *uniforme* ou não *uniforme*. Num campo uniforme, a densidade das linhas de campo é constante, e num campo não uniforme, a densidade das linhas de campo é variável.

A unidade no SI de campo magnético, é o *Tesla* (T).

A grande diferença entre as linhas do campo eléctrico e as linhas do campo magnético reside no facto de as linhas do campo eléctrico nascerem nas cargas positivas e morrerem nas cargas negativas, enquanto que as linhas do campo magnético são fechadas (não têm princípio nem fim). Isto deve-se ao facto de não terem sido descobertas, até hoje, as cargas magnéticas, apesar de inúmeras investigações feitas nesse sentido.

Aos campos, cujas linhas de força são fechadas, dá-se o nome de *campos rotacionais*. Por isso, o campo magnético é um campo rotacional.

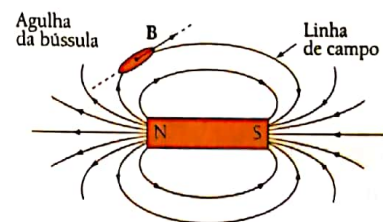


Fig.4.17 Vector do campo magnético \vec{B} , tangente às linhas e força em cada ponto.

Experiência de Oersted

O efeito magnético da corrente eléctrica foi demonstrado, experimentalmente, por Oersted, em 1920. Para tal, *Oersted* colocou uma agulha magnética paralelamente a um condutor percorrido por uma corrente eléctrica, (figura 4.18).

Nestas condições, o pólo norte da agulha magnética sofre um desvio para cima. O sentido de desvio da agulha magnética pode ser determinado pela *Regra da Mão Direita*.

Para o efeito, basta colocar a mão direita, com os dedos esticados, (figura 4.19), e o dedo polegar aponta o sentido da corrente eléctrica. Os restantes dedos irão indicar o sentido de desvio do pólo norte da agulha magnética.

Verificou-se que a agulha (bússola) é afectada pela presença de um campo magnético, logo, pela experiência de *Oersted* conclui-se que **uma corrente eléctrica (cargas eléctricas em movimento) produz um campo magnético**, tal como um íman. Logo, o sentido do campo magnético \vec{B} e o das linhas de campo coincide com o pólo norte da agulha magnética.

(Nota: A mão direita deve encontrar-se do mesmo lado da agulha magnética).

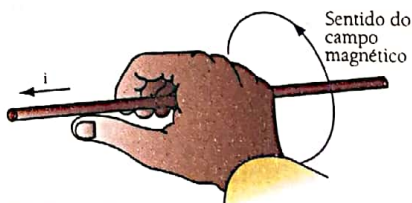


Fig.4.19 Regra da mão direita para determinar o sentido de desvio da agulha magnética.

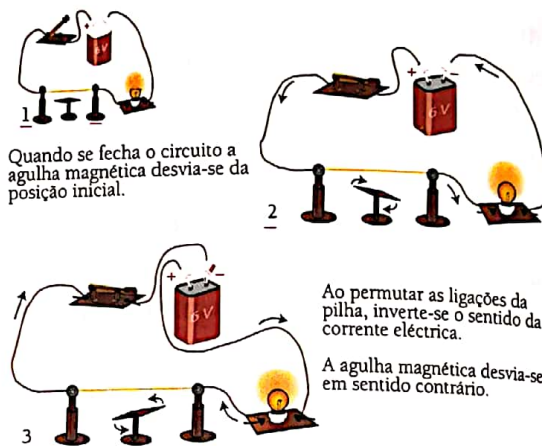


Fig.4.18 Experiência de Oersted.

Campos magnéticos originados por correntes eléctricas

Os campos magnéticos, originados por correntes eléctricas, podem ter formas diversas, dependendo, apenas, da forma do condutor que é percorrido pela corrente eléctrica.

Porém, iremos fazer apenas o estudo dos campos magnéticos originados por correntes rectilíneas, circulares e helicoidais (de forma espiral), dada a ampla aplicação prática destes modelos no nosso quotidiano.

Campo magnético originado por uma corrente rectilínea

A direcção e o sentido das linhas de força e dos vectores do campo magnético, podem determinar-se com relativa facilidade com o auxílio de agulhas magnéticas.

A figura 4.20 (a), mostra a disposição das agulhas magnéticas, quando colocadas, perpendicularmente, em torno de uma corrente rectilínea (que atravessa um condutor rectilíneo). É fácil concluir que as *linhas de força*, em torno da corrente rectilínea, são *circunferências concêntricas*, tendo o condutor como centro, figuras 4.20 (a) e (b).

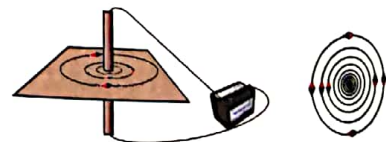


Fig.4.20 (a) campo magnético de uma corrente rectilínea.

Na figura 4.20 (b), estão, também, indicados os vectores do campo magnético \vec{B} em diversos pontos, em torno do condutor rectilíneo. Importa referir, que o vector \vec{B} é sempre tangente às linhas de força.

Nota: No ponto X, \vec{B} entra no plano da folha de papel; no ponto Y, \vec{B} sai do plano da folha de papel; e no ponto Z, \vec{B} aponta para a direita (figura 4.20 (b)).

Normalmente, usa-se a regra dos dedos da mão direita ou regra do saca-rolhas de Maxwell para determinar o sentido das linhas de força ou do vector do campo magnético \vec{B} , [figuras 4.21 (a) e (b)].

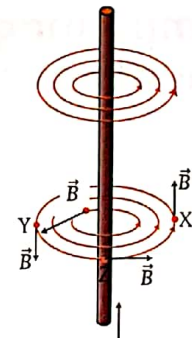


Fig.4.20 (b) Campo magnético de uma corrente rectilínea.

Regra da mão direita – Colocando o dedo polegar da mão direita no sentido da corrente eléctrica, os outros dedos curvam-se e indicam o sentido das linhas de campo.



Fig.4.21 (a) Regra dos dedos da mão direita.

Regra do saca-rolhas de Maxwell – Dispondo o saca-rolhas paralelamente ao condutor, o sentido das linhas de campo será o sentido em que o saca-rolhas deverá rodar para se deslocar no sentido da corrente.

Em resumo, o campo magnético originado por uma corrente rectilínea é constituído por circunferências concêntricas, cujo centro é o próprio condutor. O seu sentido pode ser determinado pela regra dos dedos curvos da mão direita.

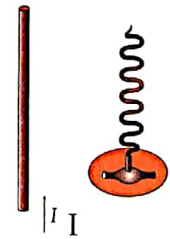


Fig.4.21 (b) Regra do saca-rolhas de Maxwell.

Campo magnético originado por uma corrente circular

Neste caso, também se podem usar agulhas magnéticas, para se determinarem as linhas de força do campo magnético criado em volta do condutor. No entanto, é mais prático usar a *regra da mão direita* ou do *saca-rolhas de Maxwell*.

Os procedimentos, para o uso da *regra da mão direita*, são os mesmos que se usam para determinar o campo magnético originado pela corrente rectilínea (figura 4.21).

A figura 4.22, ilustra, porém, a posição da mão direita, para o caso da corrente circular (ou que atravessa um condutor circular).

O campo magnético originado por uma corrente circular também é constituído por circunferências concêntricas, cujo sentido também se pode determinar pela regra dos dedos curvos da mão direita.

No caso de uma corrente circular, as linhas de campo são curvas fechadas em torno da corrente, cujo sentido pode ser dado por qualquer das regras já referidas. Neste caso, o campo magnético \vec{B} , é numa zona central, perpendicular ao plano da corrente circular.

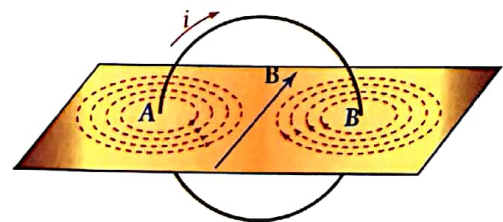


Fig.4.22 Campo originado por uma corrente circular.

Campo magnético originado por uma corrente que atravessa um solenóide (bobina)

Um solenóide é uma bobina constituída por um fio condutor enrolado em hélice circular e cujas espiras devem estar uniformemente distribuídas ao longo do seu eixo e suficientemente próximas umas das outras para que a corrente que as percorre possa ser considerada como um conjunto de correntes circulares paralelas. Por isso, o sentido das linhas de força originado pelo solenóide, determina-se, facilmente, através da regra dos dedos da mão direita ou da regra do saca-rolhas de Maxwell. Aplicando a regra dos dedos da mão direita, esta deve ser colocada na posição indicada na figura 4.23.

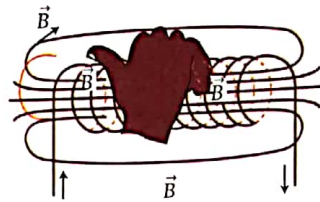


Fig.4.23 Campo magnético originado por uma corrente que atravessa um solenóide.

Nota: As linhas do campo entram do lado direito e saem, naturalmente, do lado esquerdo do solenóide, tal como indicam os quatro dedos da mão direita.

É de salientar que o campo criado por um solenóide, no seu interior, é muito semelhante ao campo criado por um íman em barra; cada uma das extremidades da bobina assemelha-se a um pólo magnético.

O campo magnético, no interior do solenóide, apresenta-se uniforme, figura 4.23. Assim, a figura 4.24 (a), representa um campo magnético uniforme, que aponta para a direita e, a figura 4.24 (b), outro campo magnético, também uniforme, que entra no plano da folha.



Fig.4.24 Campos magnéticos uniformes.

Força sobre uma corrente no seio de um campo magnético – Força de Ampère

Do nosso quotidiano, sabe-se que, qualquer corpo que possua uma certa massa m , na superfície da Terra (no seio do campo gravitacional), está sujeito a uma força gravitacional \vec{F}_G , isto é, de origem gravítica, a que, vulgarmente, se dá o nome de peso do corpo, figura 4.25.

Assim, a intensidade do campo gravitacional g mede-se através do quociente:

$$g = \frac{F_G}{m}$$

e também se designa por *aceleração da gravidade*.

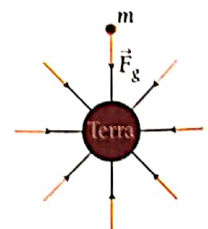


Fig.4.25 Corpo de massa m , no seio do campo gravitacional da Terra.

Nota: O campo gravitacional da Terra é convergente, dada a natureza, apenas, atractiva da força gravitacional.

Da electrostática, é também sabido que, qualquer carga eléctrica «q», no seio de um campo eléctrico, está sujeita a uma força F_e de origem eléctrica, (figura 4.26) e que a intensidade do campo eléctrico E é dada pelo quociente:

$$E = \frac{F_e}{q}$$

Nota: A força \vec{F}_e é repulsiva, pois Q e q são cargas positivas.

Estabelecendo, agora, a analogia entre os dois casos antecedentes e o caso da figura 4.27, onde foi colocado um condutor de comprimento ℓ atravessado por uma corrente, no seio de um campo magnético \vec{B} , facilmente se chega à conclusão de que o condutor está sujeito a uma força de natureza magnética \vec{F}_M .

Logicamente, o módulo do vector da indução magnética \vec{B} , será dado pelo quociente:

$$B = \frac{F_M}{I \cdot \ell}$$

Assim, tem-se, $F_M = B \cdot \Delta \ell \cdot I$ se \vec{B} for perpendicular a $\Delta \vec{\ell}$ (onde $\Delta \vec{\ell}$ é um vector paralelo ao condutor).

Como \vec{F}_M é zero para o caso em que \vec{B} e $\Delta \vec{\ell}$ são paralelos, então, duma maneira geral, tem-se:

$$F_M = B \cdot I \cdot \Delta \ell \cdot \sin \alpha \quad \text{se} \quad \begin{cases} \alpha = 0 \Rightarrow \vec{B} // I \Rightarrow F_M = 0 \\ \alpha = 90 \Rightarrow \vec{B} \perp I \Rightarrow F_M = B \cdot I \cdot \Delta \ell \end{cases}$$

onde:

α – ângulo entre \vec{B} e I .

Para determinar o sentido da força magnética F_M , a que está sujeito o condutor da figura 4.27, usa-se frequentemente, a regra da mão direita.

Regra da mão direita – Colocam-se os dedos estendidos da mão direita apontados no sentido das linhas do campo com o polegar no sentido da corrente e a palma da mão fica virada no sentido da força.

A força de Ampère (força sobre um condutor atravessado por uma corrente no seio de um campo magnético) tem larga aplicação nos motores eléctricos e instrumentos de medição.

Nota: A palma da mão ficará para a direita, o que significa que \vec{F}_M aponta para a direita.

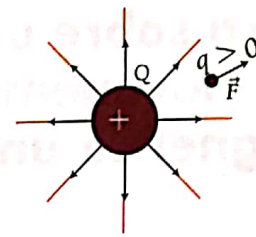


Fig.4.26 Carga eléctrica q no seio de um campo eléctrico.

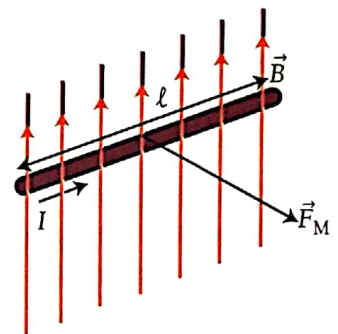


Fig.4.27 Força de Ampère.

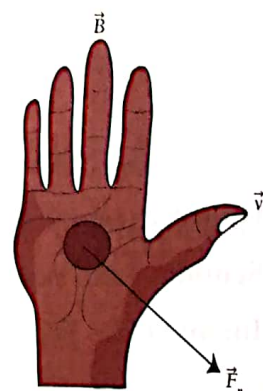


Fig.4.28 Regra da mão direita.

Mas, o somatório de todos os elementos $\Delta\ell$ ($\Sigma\Delta\ell$), dá-nos o perímetro da circunferência, logo:

$$\Sigma \ell = 2\pi r,$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \cdot \text{sen } \alpha}{r^2}; \quad \alpha = 90^\circ$$

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2r}$$

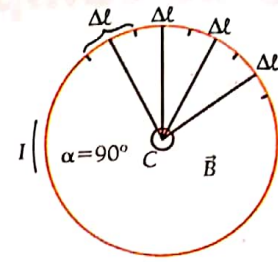


Fig.4.31 B no centro de uma espira circular.

Cálculo do módulo do vector do campo magnético \vec{B} , num ponto P, a uma distância, de um fio recto muito longo, no vácuo

Para este caso toma-se, também, a lei de Biot-Savart como ponto de partida. Porém, a solução deste caso, só é possível por via de integração, pelo que se dispensa, aqui, os cálculos. A solução é:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi d}$$

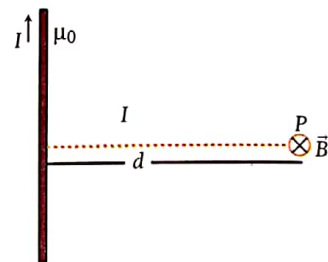


Fig.4.32 \vec{B} num ponto P a uma distância r de um fio recto longo.

Cálculo do módulo do vector do campo magnético \vec{B} no interior de um solenóide

Para um solenóide longo, com N voltas (figura 4.33) o valor da indução magnética, no ponto C (centro do solenóide), é dado pela equação:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot N \cdot I}{\ell}$$

Porém, é frequente ser dado o número de espiras por unidade de comprimento ($n = \frac{N}{\ell}$). Assim,

$$B = \mu_0 \cdot n \cdot I$$

Para o ponto P, situado na extremidade do solenóide, (figura 4.33), o valor da indução magnética é:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot I}{2}$$

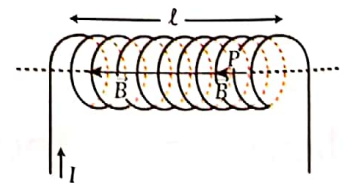


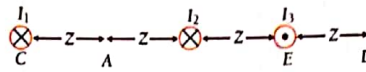
Fig.4.33 \vec{B} no interior de um solenóide.

Exercício resolvido

1. Na figura, estão representados três condutores rectilíneos e paralelos entre si. Em todos os condutores, as correntes têm uma direcção perpendicular ao plano desta folha de papel.

$$I_1 = I_2 = 3 \text{ A}$$

$$Z = 3 \text{ cm}$$

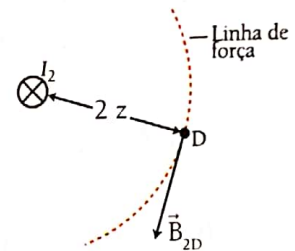


De acordo com as condições da figura, determine:

- A direcção, o sentido e o módulo do vector \vec{B} originado pela corrente I_2 , no ponto D.
- O módulo do vector resultante da indução magnética, nos pontos A e C.
- A força magnética a que está sujeito o condutor atravessado pela corrente I_1 , se o seu comprimento for de 3 m.

Resolução

a) Como se quer, apenas, o sentido, a direcção e o módulo \vec{B} , originado pela corrente I_2 , no ponto D, ignoramos a presença dos condutores atravessados pelas correntes I_1 e I_3 . Assim, \vec{B}_{2D} , terá direcção vertical e sentido de cima para baixo, como indica a figura seguinte.



O sentido e a direcção de \vec{B}_{2D} foi determinado com base na regra dos dedos curvos da mão direita. Nota-se que \vec{B}_{2D} é tangente à linha de força circular, que passa pelo ponto D. A distância do condutor ao ponto D é $2z$.

Dados: $B_{2D} = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_2}{d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 6 \times 10^{-2}}$

$I_2 = 3 \text{ A}$

$d = 2z = 6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$ $B_{2D} = 1 \times 10^{-5} \text{ T}$

$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$

b) No ponto A, sobrepõem-se os campos originados correntes I_1 , I_2 e I_3 (todas as correntes). A direcção e o sentido de \vec{B}_{1A} , \vec{B}_{2A} e \vec{B}_{3A} , determina-se, também, com base na regra da mão direita. Assim, tem-se:

Dados:

$I_1 = I_2 = I_3 = 3 \text{ A}$

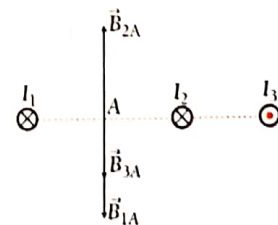
$d_{1A} = d_{2A} = 3 \text{ cm} = 3 \times 10^{-2} \text{ m}$

$d_{3A} = 6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$

$B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi d}$

$B_{1A} = B_{2A} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 3 \times 10^{-2}}$

$B_{1A} = B_{2A} = 2 \times 10^{-5} \text{ T}$



$$B_{3A} = \frac{2 \times 10^{-5} \text{T}}{2} \quad \left(\text{porque } d_{3A} = B \sim \frac{1}{d} \right)$$

$$B_{3A} = 1 \times 10^{-5} \text{T}$$

$$B_{RA} = B_{1A} + B_{3A} - B_{2A}$$

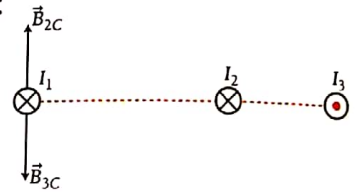
$$B_{RA} = 1 \times 10^{-5} \text{T}$$

No ponto C, sobrepõem-se, apenas, os campos originados pelas correntes I_2 e I_3 . Considera-se nulo o campo magnético originado por um condutor, nos lugares onde ele se encontra. Pela regra da mão direita, obtêm-se dados:

$$I_2 = I_3 = 3 \text{A}$$

$$d_{2C} = 6 \text{ cm} = 6 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$d_{3C} = 9 \text{ cm} = 9 \times 10^{-2} \text{ m}$$



$$B_{2C} = \frac{4\pi \cdot 3 \times 10^{-7}}{2\pi \cdot 6 \times 10^{-2}} = 1 \times 10^{-5} \text{T} \quad B_{3C} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \cdot 3}{2\pi \cdot 9 \times 10^{-2}} = \frac{2}{3} \times 10^{-5} \text{T}$$

$$B_{RC} = B_{2C} - B_{3C}$$

$$B_{RC} = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \text{T}$$

c) $B_{RC} = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \text{T}$

Dados:

$$I_1 = 3 \text{ A}; \quad \ell = 3 \text{ m}; \quad \alpha = 90^\circ \quad F_M = B \cdot I \cdot \ell \cdot \sin \alpha$$

$$F_M = \frac{1}{3} \times 10^{-5} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sin 90^\circ \Leftrightarrow F_M = 3 \times 10^{-5} \text{ N}$$

Interacção entre correntes

Da Electrostática, é já sabido, que as cargas da figura 4.34 (a) e (b), interagem (atraem-se ou repelem-se), devido à acção recíproca dos campos eléctricos que elas criam no espaço à sua volta.

Em (a), a força é repulsiva e em (b) atractiva, por serem cargas do mesmo sinal e de sinais contrários, respectivamente. Verifica-se que \vec{F}_{12} é a força que Q_1 , exerce sobre Q_2 , e \vec{F}_{21} é a força que Q_2 exerce sobre Q_1 .

Assim, é óbvio, que entre duas ou mais correntes, também haja interacção (atração ou repulsão), mas de origem magnética.

Na figura 4.35 (a) e (b) estão representadas duas correntes rectilíneas com o mesmo sentido e com sentidos contrários respectivamente.

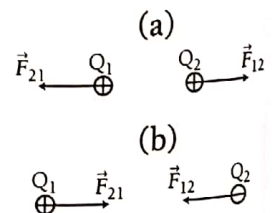


Fig.4.34 Interacção entre cargas eléctricas.

Em (a), a força interactiva entre as correntes é atractiva e, em (b), repulsiva.

Para determinar a força que actua sobre a corrente I_2 , por exemplo, determina-se o sentido do B originado pela corrente I_1 , num ponto, sobre o condutor, atravessado pela corrente I_2 . Em seguida, aplica-se a regra da mão direita, procedendo, para tal, da mesma forma, para a determinação do sentido da força de Ampère.

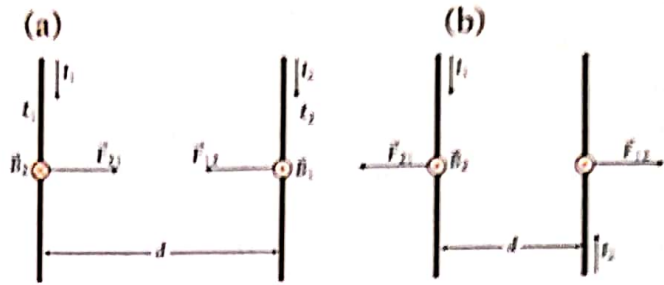


Fig.4.35 Interação entre correntes rectilíneas.

Da lei de Ampère, tem-se: $F_{21} = B_2 \cdot I_1 \cdot \ell_1$ e $F_{12} = B_1 \cdot I_2 \cdot \ell_2$

Mas, como $B_1 = \frac{\mu_0 \cdot I_1}{2\pi \cdot d}$ e $B_2 = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2\pi \cdot d}$

$F_{21} = \frac{\mu_0 I_1 \cdot I_2}{2\pi d} \cdot \ell_1$ e $F_{12} = \frac{\mu_0 I_1 \cdot I_2}{2\pi d} \cdot \ell_2$ b)

$\frac{F_{21}}{\ell_1} = \frac{\mu_0 I_1 \cdot I_2}{2\pi d}$ e $\frac{F_{12}}{\ell_2} = \frac{\mu_0 I_1 \cdot I_2}{2\pi d}$ logo $\frac{F_{21}}{\ell_1} = \frac{F_{12}}{\ell_2}$

Isto significa que a força que actua por unidade de comprimento, é a mesma em cada condutor, independentemente das intensidades das correntes I_1 e I_2 e dos comprimentos ℓ_1 e ℓ_2 dos condutores.

Se $\ell_1 = \ell_2 = \ell \Rightarrow F_{12} = F_{21} = F \Rightarrow \frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 I_1 \cdot I_2}{2\pi d}$

para $I_1 = I_2 = 1 \text{ A}$; $d = 1 \text{ m}$; $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \Rightarrow \frac{F}{\ell} = 2 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$

É, da seguinte forma que se define a grandeza física Ampère, com base neste resultado:

Ampère é a intensidade da corrente constante, que atravessa dois condutores paralelos, infinitamente longos, de secção transversal desprezível, quando colocados no vácuo a uma distância de 1m um do outro, interagindo com uma força de $2 \times 10^{-7} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

Teoria do magnetismo e campo magnético terrestre

O efeito magnético da corrente eléctrica foi uma descoberta de extrema importância para a explicação dos efeitos magnéticos dos corpos (ímãs permanentes).

Assim, Ampère sugeriu que o magnetismo dos corpos se devia a correntes eléctricas no interior desses mesmos corpos.

Para melhor se entender a hipótese de Ampère, de as correntes eléctricas serem a causa das propriedades magnéticas, torna-se necessário recordar o modelo de Bohr. Neste modelo, os electrões movem-se em torno do núcleo, segundo uma trajectória circular. Assim, pode considerar-se o movimento dos electrões de uma certa camada, como uma pequena corrente circular.

Para o caso da figura 4.36, no centro de cada uma das correntes circulantes, o vector do campo magnético B , sai perpendicularmente do plano desta folha (regra da mão direita). Deste modo, o somatório de todos os pequenos vectores $\Delta\vec{B}$ ($\Sigma \Delta\vec{B}$), dá origem do vector do campo magnética resultante \vec{B}_r .

Para um corpo magnetizado, (figura 4.37(a)) os vectores $\Delta\vec{B}$, estão de tal forma alinhados, que \vec{B}_r não é nulo (figura 4.37(a)); e, para um corpo não magnetizado (figura 4.37(b)), os vectores $\Delta\vec{B}$ estão de tal forma que \vec{B}_r é nulo.

Para um corpo magnetizado, (figura 4.37(a)) os vectores $\Delta\vec{B}$, estão de tal forma alinhados, que \vec{B}_r não é nulo (figura 4.37(a)); e, para um corpo não magnetizado (figura 4.37(b)), os vectores $\Delta\vec{B}$ estão de tal forma que \vec{B}_r é nulo.

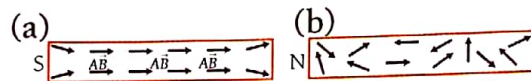


Fig.4.37 (a) Corpo magnetizado (ímã) : $\vec{B}_r \neq 0$ ($\Sigma\Delta B = B_r$).

(b) Corpo não magnetizado (ímã) : $\vec{B}_r = 0$ ($\Sigma\Delta B = \vec{B}_r$).

O magnetismo terrestre, pode, também, ser explicado, pela existência de correntes circulantes no interior do globo terrestre. Admite-se que estas correntes se devem à diferença de temperatura entre certos pontos terrestres.

A configuração do campo magnético terrestre é dada na figura 4.38, pois a Terra comporta-se (no sentido magnético) como se possuísse um ímã no seu interior.

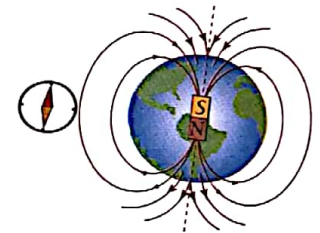


Fig.4.38 Campo magnético terrestre.

Declinação e inclinação magnética

Quando se deixa mover, livremente, uma agulha magnética, no plano horizontal, verifica-se que o pólo norte da agulha magnética se desvia para *Este* ou *Oeste* do pólo norte geográfico, porque o pólo norte geográfico não coincide com o pólo sul magnético. A diagonal maior da agulha magnética define o meridiano magnético do lugar.

Ao ângulo α , definido pelo meridiano magnético do lugar e o meridiano terrestre, dá-se o nome de *declinação magnética do lugar*, (figura. 4.39).

A *declinação magnética* de um lugar é *positiva*, se o meridiano magnético ficar para o lado «Este» do meridiano geográfico e, *negativa*, se estiver para o lado «Oeste» do meridiano geográfico.

Deixando, porém, a agulha magnética mover-se livremente, no plano vertical, verifica-se uma certa *inclinação* em relação ao plano horizontal. Ao ângulo formado pela diagonal maior da agulha e o plano horizontal, chama-se *inclinação magnética do lugar* (figura 4.40).

A *inclinação magnética* varia de 0° a 90° no equador magnético e nos pólos magnéticos respectivamente.

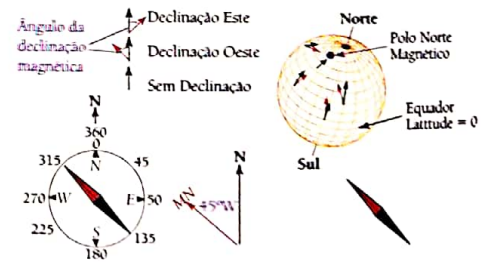


Fig.4.39 Declinação magnética.



Fig.4.40 Inclinação magnética.

Ímanes permanentes e electroímans

Ímanes permanentes são aqueles que não perdem ou que perdem, insignificamente, as suas propriedades magnéticas, quando sofrem um «tratamento normal»; isto é, não são submetidos a outros campo magnéticos, por forma a enfraquecê-los.

Os ímanes que perdem as suas propriedades magnéticas, apesar de um «tratamento normal», chamam-se *temporários*.

A figura 4.41 (a), mostra a composição de um electroíman. O núcleo de ferro é colocado no interior de uma bobina atravessada por uma corrente contínua I . O campo magnético, originado pela corrente I no interior do solenóide, é responsável pelas propriedades magnéticas do sistema assim formado.

Os pólos norte e sul do electroíman podem ser facilmente determinados, pela regra da mão direita ou pela regra do saca-rolhas de Maxwell. Para tal, deve-se comparar o sentido das linhas de força do campo magnético do solenóide (determinadas pela *regra da mão direita*) com as linhas de força de um magnete permanente (figura 4.41 (a) e (b)).

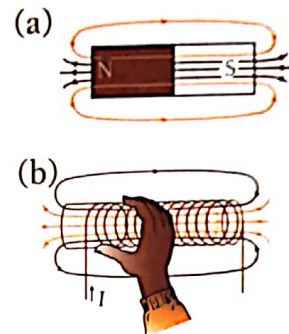


Fig.4.41 (a) e (b) Corpo magnético de um íman permanente.

Aplicações dos ímanes e electroímans

Os ímanes permanentes e os electroímans têm uma larga aplicação no nosso dia a dia. Eles estão presentes em campainhas eléctricas, telefones, alarmes, relés, microfones, motores eléctricos, geradores de corrente eléctrica, aparelhos de medição, etc.

Campainha eléctrica

Na figura 4.42, estão representados, esquematicamente, os elementos de uma campainha eléctrica. Quando se fecha o circuito, através do interruptor K , a corrente eléctrica atravessa as bobinas do electromagnete e atraem a armadura metálica. Desta forma, o martelo bate no sino. Mas, com a atracção da armadura metálica, perde-se a ligação no ponto C , interrompendo-se, assim, o circuito. Isto faz com que o electroíman perca as suas propriedades magnéticas e a mola de folha faz voltar a armadura à sua posição inicial, estabelecendo-se, novamente, deste modo, o contacto em « C ». O ciclo acima descrito, repete-se, assim, continuamente, até que se desligue o interruptor K .

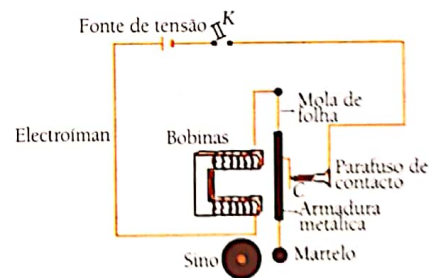


Fig.4.42 Campainha eléctrica.

Relé de protecção

Um esquema típico de um relé de protecção, está representado na figura 4.43.

Os relés usam-se, especialmente, quando se pretende controlar um circuito eléctrico através de outro circuito eléctrico. Na figura 4.43, por exemplo, está-se usando o circuito A para accionar (ligar) o circuito B, pois, em B, a corrente é de alta tensão (380 V).

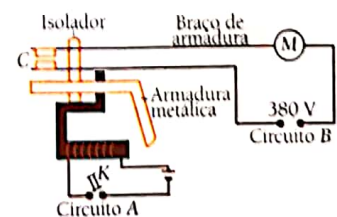


Fig.4.43 Relé de protecção.

Quando se fecha o circuito A, através do interruptor K, o electroímã atrai a armadura metálica, o que faz com que o braço da armadura estabeleça o contacto em C.

Fluxo magnético

O fluxo magnético pode ser entendido como a grandeza física que representa o número de linhas do campo magnético por unidade de superfície.

A expressão matemática que nos permite determinar o fluxo magnético que atravessa a superfície A (figura 4.44), é:

$$\Phi = B \cdot A \cdot \cos \alpha$$

onde: α – ângulo entre o vector \vec{B} e o vector normal à superfície A.
A unidade no SI do fluxo magnético é o *Weber* (Wb).

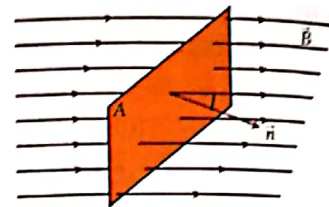


Fig.4.44 Fluxo magnético.

Trabalho electromagnético

Quando se move um condutor, percorrido por uma corrente eléctrica, a força electromagnética (*força de Ampère*), realiza trabalho sobre este (figura 4.45).

O trabalho realizado pela força de Ampère, será:

$$W = F \cdot \Delta x \cdot \cos \varphi \text{ com } F = B \cdot I \cdot \ell \cdot \sin \alpha$$

Mas, como a força actua no sentido do deslocamento do condutor, de comprimento ℓ , então $\varphi = 0^\circ$.

$$\Rightarrow W = F \Delta x \text{ e com } \alpha = 90^\circ$$

$$\Rightarrow W = B \cdot I \cdot \ell \cdot \Delta x$$

Mas, como o produto $\ell \cdot \Delta x$, representa a área varrida pelo condutor ($\Delta A = \ell \cdot \Delta x$),

$$\Rightarrow W = B \cdot I \cdot \Delta A \text{ com } \Phi = B \cdot \Delta A \cdot \cos \alpha \text{ e } \alpha = 0^\circ,$$

$$\Rightarrow W = I \cdot \Delta \Phi$$

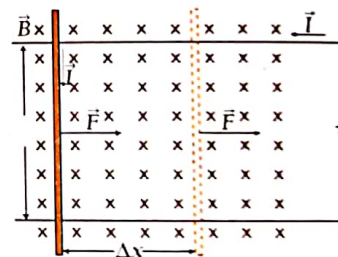


Fig.4.45 Trabalho electromagnético.

Indução electromagnética

Com a descoberta do efeito magnético da corrente eléctrica, colocou-se aos cientistas de então, a seguinte questão: «Poderá o campo magnético originar a corrente eléctrica?».

Então, com a sua já conhecida teoria do campo, Faraday foi um dos cientistas que mais se debruçou sobre a questão. Só após sucessivos seis anos de experimentação, a 29 de Agosto de 1831, Faraday conseguiu obter o efeito que há muito procurava, servindo-se de uma experiência semelhante à representada na figura 4.46.

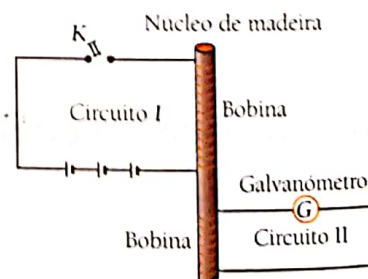


Fig.4.46 Experiência de Faraday sobre a indução.

Faraday observou que o galvanómetro do circuito II, só acusava uma rápida passagem da corrente, no momento em que se fechasse ou se abrisse o circuito I, através do interruptor K.

Faraday observou, também, que as correntes surgiam com sentidos opostos no acto de fechar e abrir o circuito. Enquanto o interruptor K se mantivesse ligado, o galvanómetro G não acusava a passagem da corrente. A partir de então, estabeleceu-se a seguinte condição fundamental, para a obtenção da corrente eléctrica a partir do campo magnético: **só variando o fluxo magnético, se pode gerar corrente eléctrica.**

À corrente eléctrica assim gerada, deu-se o nome de *corrente induzida*. Assim, pode-se afirmar, que no circuito II, da figura 4.46, gerou-se uma corrente eléctrica por indução. À força electromotriz, que se subentende que possa originar essa corrente induzida, dá-se o nome de *força electromotriz induzida ou de indução*.

Conclusão: A indução electromagnética é o fenómeno da produção duma corrente eléctrica através dum campo magnético.

Lei de Lenz

Um princípio básico da Natureza, o qual nenhum fenómeno natural o pode lesar, é o princípio da conservação da energia. Desta forma, o fenómeno da indução electromagnética, não pode ficar à margem desse nobre princípio.

Na figura 4.47 (a) e (b), estão indicados os sentidos das correntes induzidas, quando se aproxima e quando se afasta o magnete da bobina, respectivamente.

Determinando o sentido do campo magnético que é originado pela corrente induzida, figura 4.47 (a), este é contrário ao campo magnético do íman. Assim, a bobina teria o pólo norte na sua parte superior e o pólo sul na sua parte inferior.

Os pólos, assim formados na bobina pela corrente induzida, opõem-se à aproximação do magnete (repelindo-o), ou seja, contrariando o aumento do fluxo magnético. Desta forma, torna-se necessário realizar trabalho para continuar a aproximar o magnete da bobina, senão estar-se-ia lesando o princípio de conservação de energia, o qual estabelece: na Natureza, a energia não pode ser criada ou destruída, mas sim, transformada.

Nesta óptica, entende-se que a energia mecânica despendida na aproximação do magnete ao solenóide, figura 4.47 (a), é transformada em energia eléctrica, sob a forma de corrente eléctrica induzida.

Para a figura 4.47 (b), a corrente induzida deve opôr-se à diminuição do fluxo magnético, tendo, por isso, sentido contrário ao da figura 4.47 (a).

Do exposto, pode-se enunciar, conclusivamente:

Lei de Lenz – a corrente induzida tem um sentido tal que, pelos seus efeitos electromagnéticos, se opõe à variação do fluxo que a originou.

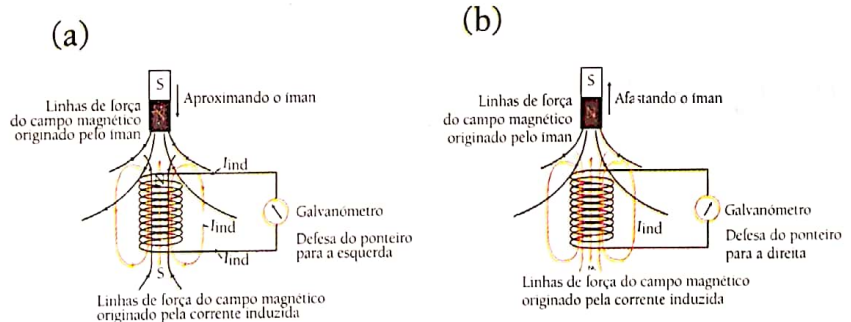


Fig.4.47 (a) e (b) Corpo magnético um íman permanente.

Lei de Faraday

Experimentalmente, verifica-se que, quanto mais depressa se aproximar ou se afastar o magnete (figura 4.47), a intensidade da corrente induzida será maior e, conseqüentemente, a força electromotriz induzida (ou de indução) será maior. Por isso, Faraday concluiu que:

A força electromotriz induzida é directamente proporcional à variação do fluxo magnético, na unidade de tempo $\epsilon_{ind} \sim \left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)$.

Dada a condição que é colocada pela Lei de Lenz então, tem de se acrescentar um sinal negativo à Lei de Faraday. Assim,

$$\epsilon_{ind} = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Para uma bobina com N espiras, tem-se

$$\epsilon_{ind} = - N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

como consequência da Lei de Ohm,

$$I = \frac{\epsilon}{R}$$

$$I_{ind} = - \frac{N}{R} \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

Auto-indução

É já sabido, que a variação do fluxo magnético está associada ao aparecimento de uma corrente induzida ou da f.e.m. induzida. Assim, ao desligar-se o circuito da figura 4.34, o fluxo magnético no interior do solenóide vai diminuir. Isto vai fazer com que surja uma corrente induzida, que tende a contrair a diminuição do fluxo magnético. A corrente induzida, desta forma, toma, especialmente, o nome de *corrente de auto-indução*. Pela Lei de Lenz, *ela deve ter sentido contrário ao da corrente que a gerou*, (figura 4.48).

O mesmo fenómeno se dá, quando se liga o circuito.

Como a causa da variação do fluxo magnético, quando surge uma f.e.m. de auto-indução, é a variação da corrente no circuito, logo, a f.e.m. de auto-indução ϵ_a , é directamente proporcional à variação da intensidade da corrente, na unidade de tempo $\left(\frac{\Delta I}{\Delta t} \right)$.

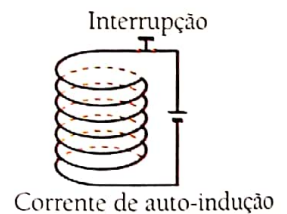


Fig.4.48 Auto-indução.

Indução mútua

Da figura 4.49 é fácil concluir que uma variação da corrente eléctrica no circuito 1 (I_{21}) vai induzir uma corrente eléctrica no circuito 2 (I_{12}), em virtude da variação do fluxo magnético que atravessa o solenóide do circuito 2. Porém, a corrente induzida em 2, vai originar um campo magnético variável que, por sua vez, vai induzir uma corrente no circuito 1 (I_{21}).

Isto significa que se induziram mutuamente, as correntes I_{12} e I_{21} . Por isso, estas correntes denominam-se por correntes mútuas de indução.

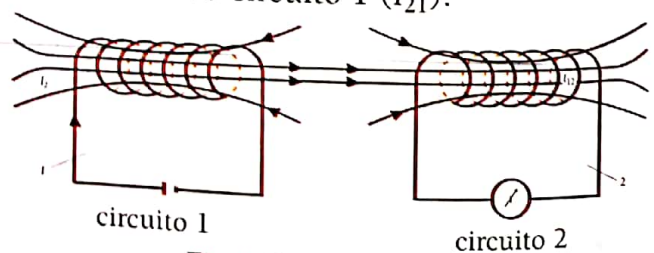


Fig.4.49 Indução mútua.

Resumo – Electromagnetismo

Lei de Lenz A corrente induzida, tem um sentido tal que, pelos seus efeitos electromagnéticos, se opõe à variação do fluxo que a originou.

Lei de Faraday A força electromotriz induzida ϵ_{ind} , é directamente proporcional à variação do fluxo magnético, na unidade de tempo. $\epsilon_{ind} \sim \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$

$$\epsilon_{ind} = - N \cdot \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

ϵ_{ind} – força electromotriz induzida
 N – número de espiras
 $\Delta\Phi$ – variação do fluxo magnético
 Δt – intervalo de tempo em que se deu a variação do fluxo magnético

$$I_{ind} = - \frac{N \cdot \Delta\Phi}{R \cdot \Delta t}$$

I_{ind} – corrente induzida
 N – número de espiras
 $\Delta\Phi$ – variação do fluxo magnético
 R – resistência do circuito
 Δt – intervalo de tempo no qual ocorreu a variação do fluxo magnético

$$\epsilon_{ind} = Bv\ell$$

ϵ_{ind} – força electromotriz induzida
 B – indução magnética
 v – velocidade de deslocamento do condutor
 ℓ – comprimento do condutor

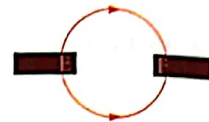
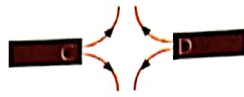
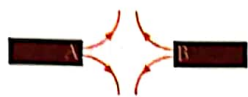
Auto-indução É o fenómeno que consiste no surgimento de uma corrente induzida num circuito, em virtude da variação da intensidade da corrente nesse mesmo circuito.

Indução mútua É o fenómeno que consiste no surgimento de uma corrente induzida num circuito, em virtude da variação da corrente, num circuito vizinho.

Unidade SI			
Grandezas físicas		Unidades de medida	
Nome	Símbolo	Símbolo	Nome
Indução magnética	B	T	tesla
Fluxo magnético	Φ	Wb	weber



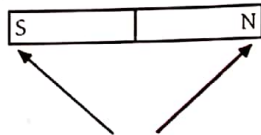
28. Observe a figura e identifique os pólos representados pelas letras A, B, C, D, E, e F.



29. a) Se dois pedaços de metal se repelem, devem ser ambos ímãs? Justifique.

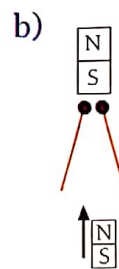
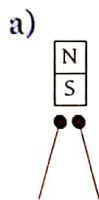
b) Se dois pedaços de metal se atraem, devem ser ambos ímãs? Justifique.

30. Explique por que é que as agulhas permanecem inclinadas.



31. a) Explique por que é que as agulhas mantêm as suas extremidades afastadas.

b) Aproximando o pólo sul do ímã da figura (b), que acontecerá com as agulhas? Explique.

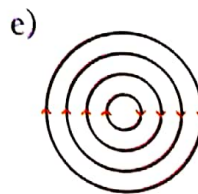
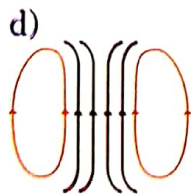
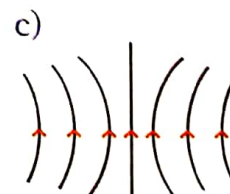
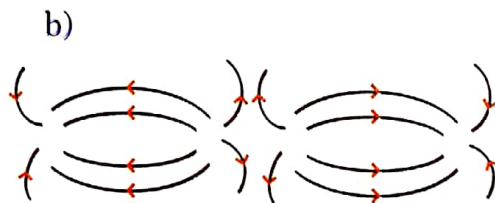
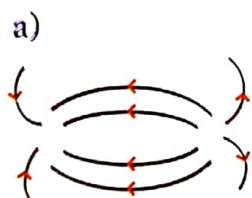


32. A figura representa vários campos magnéticos.

a) Qual lhe parece ser a causa dos mesmos? Por exemplo, dois ímãs atraindo-se, uma bobina atravessada por uma corrente eléctrica, etc.

b) Desenhe para os casos (b) e (c), 4 (quatro) vectores do campo magnético.

c) Determine para os casos (d) e (e), os sentidos das correntes.

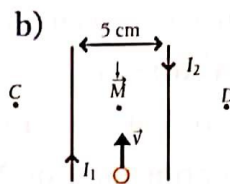
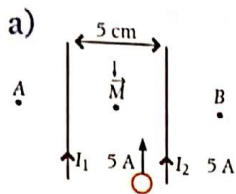


33. Determine o sentido da corrente I , que atravessa o condutor.

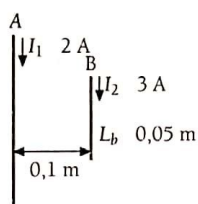




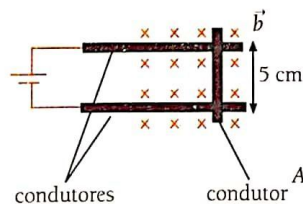
34. Nestas condições das figuras, determine para os casos (a) e (b):



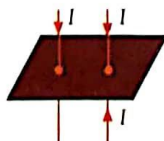
- O módulo vector da indução magnética resultante no meio, entre os fios, indicando o seu sentido.
 - O módulo da força magnética que I_1 exerce sobre 4 m de I_2 .
 - A força magnética que actua sobre a partícula e desenhe a sua trajectória
($v = 2 \times 10^7$ m/s; $q = 6 \times 10^{-4}$ C; $m = 2 \times 10^{-4}$ Kg).
 - A aceleração da partícula.
 - O módulo de \vec{B} , nos pontos B e D, sabendo que eles distam 2 cm do fio mais próximo.
 - A relação de grandeza entre as forças de atracção ou de repulsão por unidade de comprimento, se a intensidade da corrente triplicar e a distância entre os fios duplicar.
35. Observe a figura. Determine a direcção, o sentido e o módulo de força, que o condutor A exerce sobre B.



36. Observe a figura.



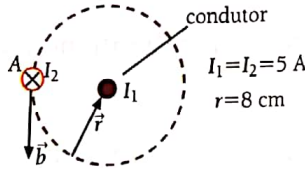
- Nestas condições, o condutor A vai-se mover em que sentido?
 - Calcule o trabalho electromagnético para deslocar 4 cm o condutor A, se
 $B = 0,1$ T e $I = 4$ A.
37. Represente os campos magnéticos originados pelas correntes, e diga que tipo de interacção se produz entre as correntes.



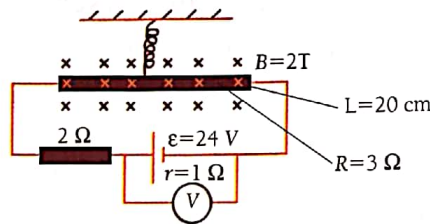


Exercícios propostos

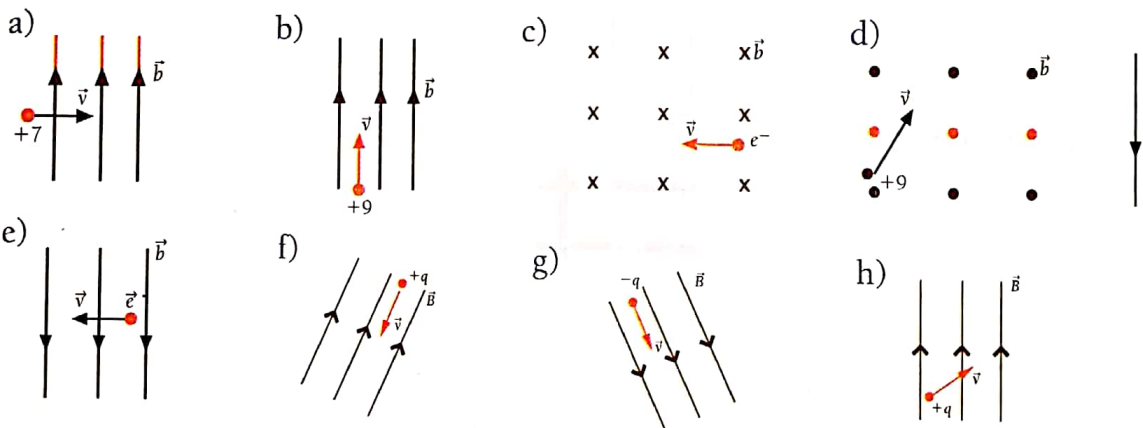
38. Na figura, a corrente I_1 , atravessa um condutor que é perpendicular ao plano desta folha. A linha de força do campo magnético em torno do condutor, também está representada.
- Determine o sentido da corrente I_1 .
 - Determine a direcção, o sentido e o módulo da força que actua sobre o condutor «A», sabendo que o seu comprimento é de 20 cm.



39. Observe a figura.



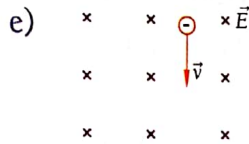
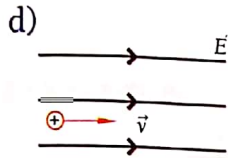
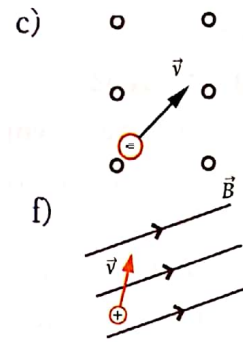
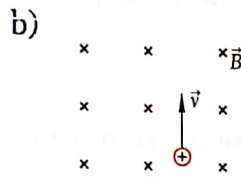
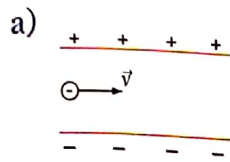
- Calcule a resistência total do circuito.
 - Indique a direcção, o sentido e determine o módulo de *força de Ampère* no circuito.
 - Qual é a leitura do voltímetro?
40. Para cada um dos casos da figura, desenhe a trajectória descrita pelas partículas.



41. Um feixe de electrões, movendo-se com a velocidade de 10^6 m/s, penetra num campo magnético uniforme de 0,1T, que é perpendicular à sua trajectória. A carga do electrão é que $-1,6 \times 10^{-19}$ C.
- Mostre numa figura, que a trajectória dos electrões é circular.
 - Calcule a força magnética que actua sobre cada electrão.
 - Que acontece com o raio da trajectória, quando se aumenta em quatro vezes: (i) a velocidade, (ii) a indução magnética e, (iii) a massa do electrão.
 - Verificar-se-ia alguma alteração no período de rotação do electrão, se este fosse introduzido no seio do campo magnético, com uma velocidade tripla relativamente à primeira?

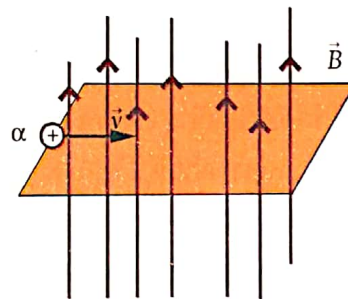


42. Qual deve ser a direcção e o sentido do campo eléctrico numa trajectória rectilínea?

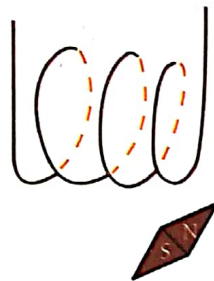


43. Uma partícula alfa $Q = 3,2 \times 10^{-14} \text{ C}$, $m = 6,64 \times 10^{-18} \text{ kg}$, é acelerada até uma velocidade de $2 \times 10^7 \text{ m/s}$, penetrando, em seguida, perpendicularmente num campo magnético uniforme de $2 \times 10^{-4} \text{ T}$.

- Desenhe a trajectória descrita pela partícula e calcule o módulo da força magnética que actua sobre ela.
- Qual deve ser a direcção e o sentido de um campo eléctrico que, aplicado à partícula, esta descreva uma trajectória rectilínea.
- Se a intensidade do campo eléctrico for duplicada, mencione duas formas diferentes que irá utilizar, para manter a trajectória rectilínea preconizada na alínea anterior.



44. Determine o sentido da corrente eléctrica que atravessa o solenóide da figura.

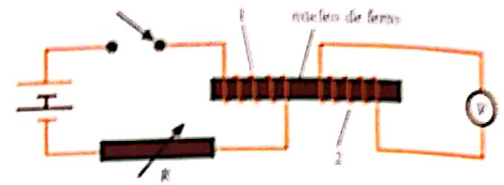


45. Explique o que acontece ao se aproximar o magnete.



46. Quando o interruptor do circuito é fechado, surge uma corrente eléctrica, que atravessa a bobina 1, e o ponteiro do voltímetro move-se para a esquerda por uns instantes e volta depois a zero.

- Explique a razão?
- O que se observa no voltímetro, se se interromper o circuito?
- O que se observa no voltímetro quando se deixa o circuito fechado, e se varia a resistência do circuito, gradualmente, até zero?
- Mantendo o circuito fechado, e se quebrar o núcleo de ferro, que se observa desta vez no já referido voltímetro?



47. Aproximando-se o íman XY do solenóide, a corrente induzida tem o sentido indicado na figura.

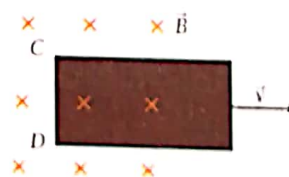
- Desenhe as linhas do campo no solenóide.
- Determine o pólo correspondente a X.
- Suponha que a corrente surja em sentido contrário.



Responda novamente às questões anteriores.

48. A figura mostra uma espira metálica sendo deslocada para a direita com uma velocidade de 20 m/s num campo magnético uniforme de 0.04 T. O trecho «CD» tem 40 cm de comprimento.

- Qual dos dois pontos C ou D tem um potencial mais elevado?
- Determine o sentido da corrente induzida na espira e explique o seu surgimento.
- Calcule o valor de tensão induzida no trecho CD.
- Sendo $0,3 \Omega$ a resistência da espira, calcule o valor da f.e.m. induzida.
- Calcule o trabalho que se realiza, para deslocar a espira durante 0,50 s.



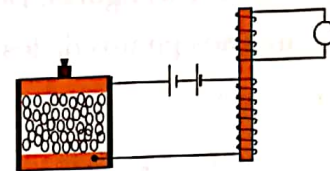
49. A figura, representa parte de uma fita de gravação. A fita é feita de material magnético e, por essa razão, a cabeça do gravador pode magnetizar o material.

- Sugira o tipo de material com que se pode construir a cabeça. Explique porquê.
- Explique como é que se poderia magnetizar a fita, de modo a que os sinais recebidos na fita sejam mais intensos.
- O que poderá acontecer à fita magnética se o sentido da corrente se inverter na bobina?
- Por que razão as cabeças dos gravadores devem ser blindadas?

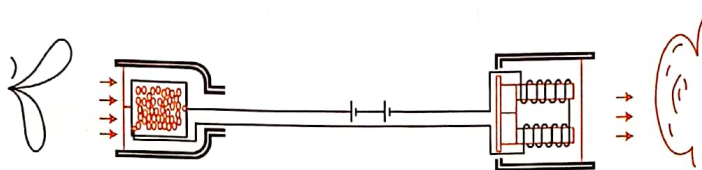




50. Observe a figura. Sabendo que aumentando a pressão sobre os grãos de carvão, a sua resistência diminui, devido à aproximação dos grãos de carvão.

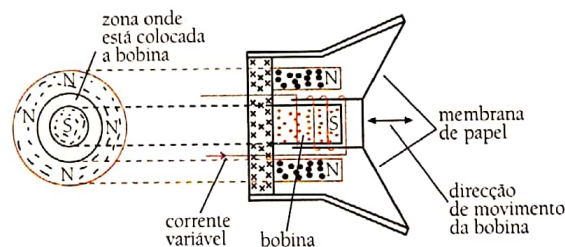


- Explique por que é que o fluxo magnético que atravessa a bobina varia, quando se varia a pressão sobre os grãos de carvão.
 - O galvanómetro G, acusará a passagem de corrente eléctrica, se não se varia a pressão sobre os grãos de carvão? Justifique.
 - Como se deve proceder, para que se registre a passagem de corrente eléctrica?
51. A figura representa, esquematicamente, os componentes principais de um telefone.



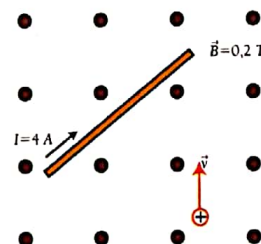
- Como procederia para variar a intensidade da corrente na linha que liga o microfone e o receptor?
- Por que é que o som que incide na membrana do microfone faz variar a corrente nas bobinas do receptor?
- Quando se fala sobre a membrana do microfone, o que acresce ao fluxo que atravessa a membrana de ferro?
- Qual é o efeito da variação do fluxo magnético das bobinas sobre a membrana de ferro?
- Explique, então, o funcionamento, as transformações energéticas que nele ocorrem.

52. A figura representa o esquema de um altifalante. Procure explicar o seu funcionamento, sabendo que o som que nele se produz, se deve ao movimento de vai e vem da bobina.



53. Observe a figura.

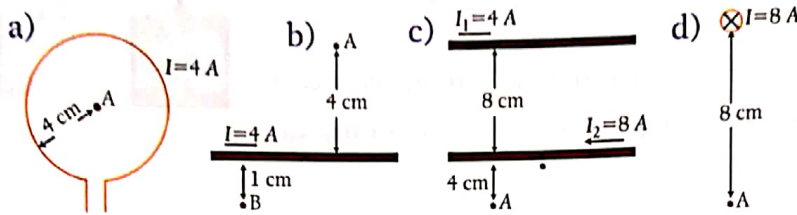
- Determine a direcção, o sentido e o módulo da força magnética, que actua sobre o condutor de 50 cm de comprimento.
- Determine a direcção, o sentido e o módulo da força magnética, que actua sobre a carga positiva de 2 C, que penetra com uma velocidade de 5000 m s^{-1} no campo magnético.
- Qual deve ser a posição do condutor para que a *Força de Ampère* seja nula? Justifique.
- Qual deve ser o sentido de penetração da partícula carregada, para que a *Força de Lorentz* seja nula? Justifique.



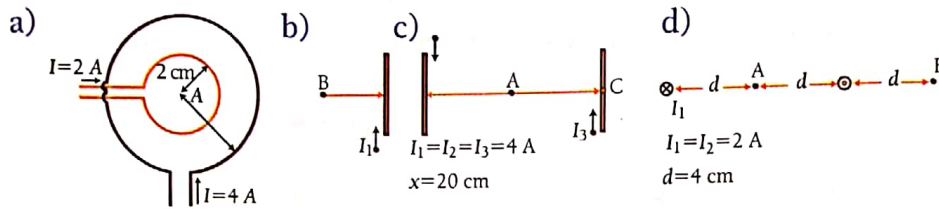


Exercícios propostos

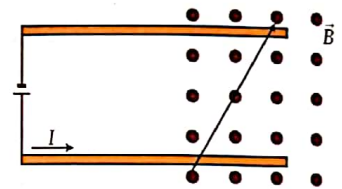
54. Observe as figuras. Determine a direcção, o sentido e o módulo do vector da indução magnética nos pontos dados.



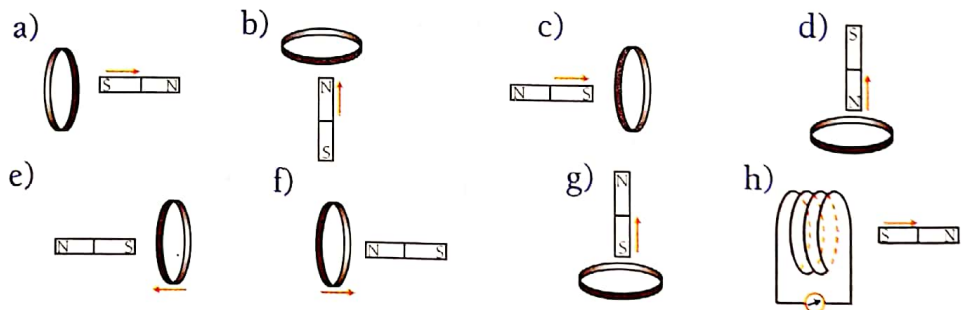
55. Observe as figuras. Determine, para cada caso, o módulo do vector resultante da indução magnética nos pontos dados.



56. Um condutor de 20 cm de comprimento é arrastado ao longo de outros dois condutores paralelos, tal como mostra a figura. Calcule o trabalho realizado pela *força de Ampère*, sabendo que a corrente que atravessa o condutor vale 2 A e que a variação do fluxo é de 0,02 Wb.

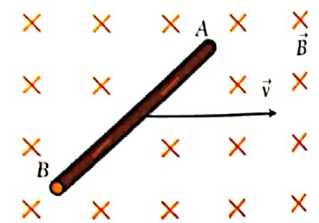


57. Determine o sentido da corrente induzida em cada um dos seguintes casos.



58. A figura representa um condutor metálico em movimento com uma velocidade v , no interior dum campo magnético, devido à acção de uma força externa.

- Determine a direcção e o sentido da *força magnética de Lorentz*, que actua sobre um electrão livre do condutor.
- Que tipo de cargas se acumularão na extremidade A? E na extremidade B? Justifique.
- Que acontecerá se ligarmos os pontos A e B através de um condutor de resistência desprezível? Porquê?





Identidades trigonométricas

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\text{sec}^2 \alpha - \text{tg}^2 \alpha = 1$$

$$\text{cosec}^2 \alpha - \text{cotg}^2 \alpha = 1$$

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen} \alpha \text{cos} \beta \pm \text{cos} \alpha \text{sen} \beta$$

$$\text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg} \alpha \pm \text{tg} \beta}{1 \mp \text{tg} \alpha \text{tg} \beta}$$

$$\text{sen} 2\alpha = 2 \text{sen} \alpha \text{cos} \alpha$$

$$\text{cos} 2\alpha = \text{cos}^2 \alpha - \text{sen}^2 \alpha = 2 \text{cos}^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \text{sen}^2 \alpha$$

$$\text{sen} \alpha \pm \text{sen} \beta = 2 \text{sen} \frac{1}{2}(\alpha \pm \beta) \text{cos} \frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$$

Sistemas de unidades

Sistema Internacional (SI) ou sistema métrico

Estabelecido pela «Conferência Geral de Pesos e Medidas» em 1954, em Paris.

A partir de 1960 passa a chamar-se Sistema Internacional de Unidades (SIU) ou, simplesmente, Sistema Internacional (SI).

Objectivo – a cada grandeza física corresponde uma só unidade, com os seus múltiplos e submúltiplos.

Organização do SI

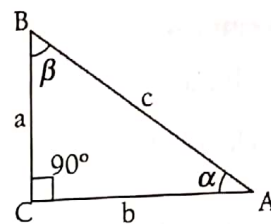
Grandezas fundamentais – são as grandezas independentes umas das outras.

Grandezas de base

Grandeza de base	Unidade SI		
	Nome	Símbolo	Símbolo
Comprimento		ℓ	metro m
Massa		$m, \Delta m$	quilograma kg
Tempo		$t, \Delta t$	segundo s
Intensidade de corrente eléctrica		I	ampere A
Temperatura		T	kelvin K
Quantidade de matéria		n	mole mol
Intensidade luminosa		I_v	candela cd

Grandezas suplementares

Grandeza suplementar	Unidade SI		
	Nome	Símbolo	Símbolo
Ângulo plano		$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \varphi$	radiano rad
Ângulo sólido		Ω, ϖ	esterradiano sr



$$\text{sen} \alpha = \frac{a}{c} \quad \text{sen} \beta = \frac{b}{c}$$

$$\text{cos} \alpha = \frac{b}{c} \quad \text{cos} \beta = \frac{a}{c}$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \text{sen} \alpha = \text{cos} \beta$$

$$\text{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{sen} \alpha}{\text{cos} \alpha}$$

$$\text{cotg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{cos} \alpha}{\text{sen} \alpha}$$

Grandezas derivadas: são as grandezas definidas como função das grandezas de base que com elas se relacionam. Obtêm-se através de equações de definição.

Exemplos:

- volume $V = abc$ m^3
- velocidade $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ $m/s = m s^{-1}$
- aceleração $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $m/s^2 = m s^{-2}$
- força $F = m \cdot a$ $kg m s^{-2} = \text{newton (N)}$

As grandezas derivadas **mais complexas** possuem nomes próprios, mais simples.

Exemplos:

- força $F = m a$ $kg m s^{-2} = \text{newton (N)}$
- potência $\frac{J}{s} = \frac{N m}{s} = \frac{kg ms^{-2} m}{s} = kg m^2 s^{-3} = \text{watt (W)}$

Múltiplos e submúltiplos decimais

Formam-se por meio de *factores de conversão* pelos quais as unidades SI são multiplicadas.

Múltiplos		
deca	da	10^1
hecto	h	10^2
quilo	k	10^3
mega	M	10^6
giga	G	10^9
tera	T	10^{12}

Submúltiplos		
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	m	10^{-3}
micro	μ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
pico	p	10^{-12}

Os factores de conversão usam-se para converter medidas expressas numa unidade (ex.: gramas) noutra unidade (ex.: miligrama ou quilograma).

Exemplos:

$500 \text{ cm}^3 = ? \text{ m}^3$ $1 \text{ cm} = 10^{-2} \text{ m}$ ($10^{-2} \rightarrow$ factor de conversão), logo

$500 \text{ cm}^3 = 500 \cdot (10^{-2})^3 \text{ m}^3 = 500 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$

$536 \text{ cm}^3 = ? \text{ litros}$ $1 \ell = 1\,000 \text{ cm}^3 = 10^3 \text{ cm}^3$ ou

$1 \text{ cm}^3 = 10^{-3} \ell$ ($10^{-3} \rightarrow$ factor de conversão), logo
 $536 \text{ cm}^3 = 536 \cdot 10^{-3} \ell = 0,536 \ell$

$1,03 \cdot 10^4 \text{ cal} = ? \text{ J}$ $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$ ($4,18 \rightarrow$ factor de conversão), logo
 $1,03 \cdot 10^4 \cdot 4,18 = 4,31 \cdot 10^4 \text{ J}$

Fracções decimais e múltiplas de unidades SI com nomes especiais

Grandeza	Nome da unidade	Símbolo	Definição
Comprimento	angstrom	Å	10^{-10} m
Volume	litro	ℓ	10^{-3} m^3
Massa	tonelada	t	10^3 kg
Pressão	bar	bar	10^5 Nm^{-2}
	pascal	Pa	1 Nm^{-2}
Condutância eléctrica	siemens	S	Ω^{-1}

Quadro das grandezas físicas

Nome e símbolo da grandeza		Nome e símbolo da unidade no SI	
Aceleração	a, g	metro por segundo ao quadrado	m/s^2
Actividade	a	becquerel	Bq
Calor específico	c	joule por quilograma vezes kelvin	J/kgK
Calor latente	L	joule por quilograma	J/kg
Campo eléctrico	E	newton por coulomb; volt por metro	N/C; V/m
Campo magnético	B	tesla	T
Capacidade eléctrica	C	farad	F
Capacidade térmica	C	joule por kelvin	J/K
Carga eléctrica	Q, q	coulomb	C
Comprimento	$\ell, \Delta x$	metro	m
Condutância eléctrica	G	siemens	$\text{S}; \Omega^{-1}$
Densidade	ρ	quilograma por metro cúbico	kg/m^3
Diferença de potencial	$\Delta U, \Delta V, U, V$	volt	V
Energia/trabalho/calor	E, W, Q	joule	J
Fluxo magnético	Φ	weber	Wb
Força, peso, tensão	F, P, T	newton	N
Força electromotriz	ε	volt	V
Frequência	f	hertz	Hz
Indutância	L	henry	H
Intensidade da corrente	I	ampere	A
Intensidade luminosa	I_v	candela	cd
Massa	m	quilograma	kg
Potência	P	watt	W
Potencial eléctrico	U, V	volt	V
Pressão	p	newton por metro quadrado; pascal	$\text{N/m}^2; \text{Pa}$
Quantidade de substância	n	mole	mol
Resistência eléctrica	R, r	ohm	Ω
Resistividade	ρ	ohm vezes metro	Ωm
Superfície, área	S, A	metro quadrado	m^2
Temperatura termodinâmica	T	kelvin	K
Tempo, período	$\Delta t, t, T, \tau$	segundo	s
Velocidade	v	metro por segundo	m/s
Velocidade angular	ω	radiano por segundo	rad/s
Volume	V	metro cúbico	m^3

Unidade 1 - Mecânica Cinemática

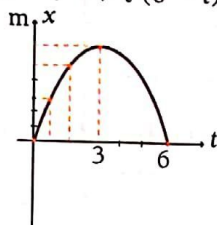
1. a) $V_m = 5\text{ m/s}$; $C_m = 15\text{ m/s}$;

b) $V_m = 5\text{ m/s}$; $C_m = 5\text{ m/s}$;

c) $V_m = 6,6\text{ m/s}$; $C_m = 6,6\text{ m/s}$;

d) $V_m = 0\text{ m/s}$; $C_m = 0\text{ m/s}$;

2. a) $x = 6t - t^2 \Rightarrow t(6 - t) = 0 \Rightarrow t = 0\text{ s}$ e $t = 6\text{ s}$



b) $t = 3\text{ s}$

c) No intervalo $]0, 3[\text{s}$ movimento progressivo ($v > 0$)

No intervalo $]3, +\infty[$ movimento regressivo ($v < 0$)

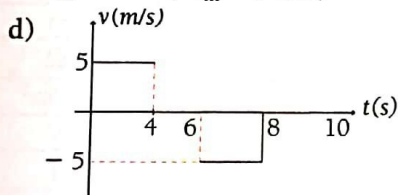
3. 130 km/h ; 140 km/h ; 100 km/h ; e -20 km/h

4. a) AC - MRU; CD - Repouso; DE - MRU (Retrógrado); EF - Repouso.

b) 5 m/s ; 0 m/s ; -5 m/s ; 0 m/s ;

c) $V_m = 1\text{ m/s}$; $C_m = 3\text{ m/s}$

$V_m = 1\text{ m/s}$; $C_m = 3\text{ m/s}$;



e) $x(t) = -10 + 5 \cdot t$

5. a) MUR; MUA; MUR; MRU; MUR; MUA; MRU
AB BC CD DE EF FG GH

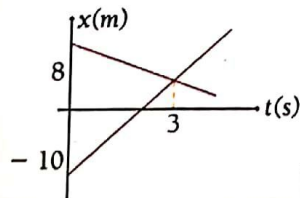
c) 3 m/s ; 13 m/s

6. a) $x_0 = -20\text{ m}$; b) Repouso, MRU; MRU

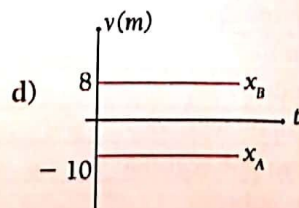
c) $t = 4\text{ s}$ e $t = 8\text{ s}$ d) $v_i = 0$; $v_2 = 10\text{ m/s}$;
 $v_3 = 2,5\text{ m/s}$;

7. a) $x_A = -10 + 5t$; \rightarrow MRU $x_B = 8 - 2t$; \rightarrow MRU

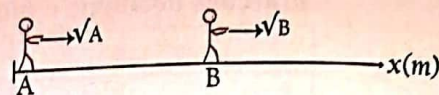
b)



c) 3 s



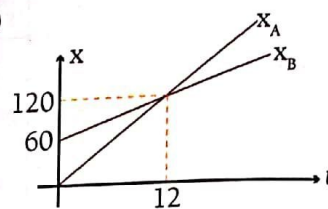
8. a)



b) $X_A = 10 \cdot t$ $X_B = 60 + 5 \cdot t$

c) $X_A = X_B \Rightarrow 10 \cdot t = 60 + 5t \Rightarrow t = 12\text{ s}$

d)



e)



$X_A = 10 \cdot t$ $X_B = 60 - 5t$

$X_A = X_B$

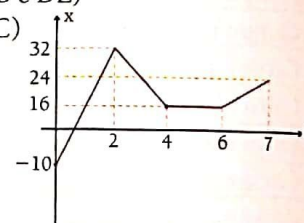
$10t = 60 - 5t \Rightarrow t = 4\text{ s}$

9. a) MUR progressivo (AB e DE)

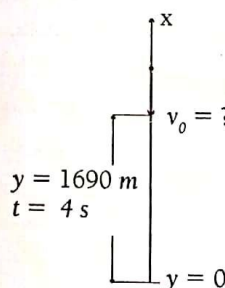
MRU regressivo (BC)

Repouso (CD)

c) $3,2\text{ m/s}$ e 16 m/s



10. b) 200 N e 120 N



$$y = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{gt^2}{2}$$

$$y = 1690 - v_0 \cdot t - 5t^2$$

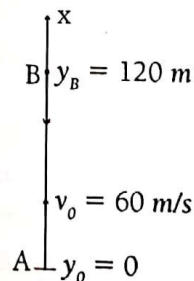
$$0 = 1690 - v_0 \cdot 4 - 5 \cdot 4^2$$

$$-1690 + 80 = -4v_0$$

$$-1610 = -4v_0$$

$$v_0 = \frac{1610}{4} = 402,5\text{ m/s}$$

11.



a) $y_A = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow y_A = 60 \cdot t - 5t^2$

$y_B = y_0 + v_0 \cdot t + \frac{gt^2}{2} \Rightarrow y_B = 120 - 5t^2$

b) $y_A = y_B \Rightarrow 60t - 5t^2 = 120 - 5t^2$
 $t = 2\text{ s}$

5. 1 B.

5. 2 $E_A \approx 1,69 \cdot 10^{-7} \text{ N/C}$ $E_B \approx 4,22 \cdot 10^{-6} \text{ N/C}$

6. a) $E_A = 1,8 \cdot 10^8 \text{ N/C}$; $E_B = 9 \cdot 10^7 \text{ N/C}$;

$E_R = 2,7 \cdot 10^8 \text{ N/C}$

b) $E_A = 4,5 \cdot 10^5 \text{ N/C}$; $E_B = 9 \cdot 10^7 \text{ N/C}$;

$E_R = 9,045 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

c) $E_A = 6 \cdot 10^7 \text{ N/C}$; $E_B \approx 4,5 \cdot 10^7 \text{ N/C}$;

$E_R = 1,5 \cdot 10^7 \text{ N/C}$

d) $E_A = 2,25 \cdot 10^7 \text{ N/C}$; $E_B = 2,25 \cdot 10^7 \text{ N/C}$;

$E_R = 2,25 \cdot \sqrt{2} \cdot 10^{-7} \text{ N/C}$

7. C.

8. C.

11. a) $F_{13}^A = 180 \text{ N}$ $F_{23}^A = 45 \text{ N}$

$F_{13}^B = 11,25 \text{ N}$ $F_{23}^B = 11,25 \text{ N}$

b) $F_R^A = 135 \text{ N}$ $F_R^B = 0 \text{ N}$

12. $F_1 = 80 \text{ N}$ $F_2 = 100 \text{ N}$ $F_R = 20 \text{ N}$

14. $F_1 = 0,45 \text{ N}$ $F_2 = 0,9 \text{ N}$ $F_R \approx 1,2 \text{ N}$ (Fig. 1)

$F_1 = 8,1 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ $F_2 = 3,6 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

$F_R = 8,86 \cdot 10^{-7} \text{ N}$ (Fig. 2)

15. $d_1 = 8 \text{ cm}$ $d_2 = x = 4 \text{ cm}$

16. a) Duplica. b) Aumenta 12 vezes.

c) Diminui 9 vezes.

17. $Q_3 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ C}$ $Q_1 = 2 \cdot Q_3 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

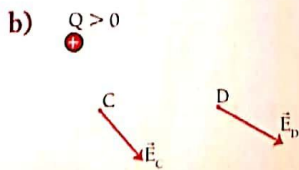
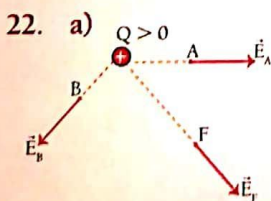
18. Campo eléctrico \Rightarrow região do espaço, em torno de cm corpo eletrizado, onde se fazem sentir as acções eléctricas desse corpo.

Campo gravítico, campo magnético.

19. $E = \frac{k \cdot Q}{d^2}$, tendo em conta o seu sentido no ponto P onde, para tal, se coloca uma carga de teste q^t .

20. C, F (ou na sua periferia. No interior da esfera $E = 0$).

21. $E_{RA} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ N/C}$; $E_{RB} = 1,8 \cdot 10^5 \text{ N/C}$;



c) A força tem a mesma direcção e sentido do campo eléctrico em cada ponto.

Energia Potencial

24. O papel alumínio funcionou como um protector electrostático (Ler gaiola de Faraday).

25. $E = \frac{k \cdot Q}{d^2} \Rightarrow Q = \frac{E \cdot d^2}{k} = 8,88 \cdot 10^{-11} \text{ C}$

26. a) No ponto A o potencial é maior $\Rightarrow U = \frac{k \cdot Q}{d}$ (0,045 V) e (0,0225 V)

27. No ponto B o potencial é maior por Q é negativa $U = \frac{k \cdot Q}{d}$ com sinal - (- 0,045 V) e (0,0225 V)

28. $U_P = U_1 + U_2 = 0 \text{ V}$ atenção ao sinal das cargas

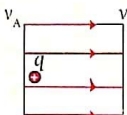
29. $U_P = U_1 + U_2 =$ tendo em conta o sinal de cada carga 33,75 V; - 270 V; 179 190 V.

30. $Q_3 = - 3 \text{ nC}$

31. $F - P = 0 \Rightarrow q \cdot E = m \cdot g \Rightarrow q = \frac{mg}{E}$
 $E = \frac{\Delta v}{d}$ $q \cdot \frac{\Delta v}{d} = m \cdot g \Rightarrow q = \frac{m \cdot g \cdot d}{\Delta v}$

a) $E = 2 \cdot 10^4 \text{ N/C}$; b) $q = 1 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

32. a) v_A v_B



b) $a = 2,4 \cdot 10^6 \text{ m/s}^2$

c) $t = 2 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

33. a) $U_N = U\omega = 80 \text{ V}$

b) $U_x - U_y = 0 \text{ V}$

$U_M = V_z = 40 \text{ V}$

$U_z - U\omega = 40 \text{ V}$

$U_y = U_x = 20 \text{ V}$

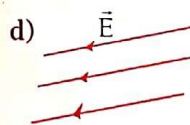
$U_z - U_y = 20 \text{ V}$

c) $Q = 4,4 \cdot 10^{-11} \text{ C}$

34. a) $E = \frac{\Delta v}{d} = \frac{45 - 15}{20 \cdot 10^{-3}} = \frac{30}{12 \cdot 10^{-3}} = 2 500 \text{ V/m}$

b) $U_M = 0$; $U_6 = 30 \text{ V}$ e $U_Q = 60 \text{ V}$

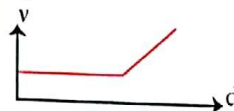
c) $E = \text{constante} = 2 500 \text{ V/m}$



35. Escalar

36. $U_C = 0$

37. C



38. Ponto A: $E_1 = 1,44 \cdot 10^{-9} \text{ N/C}$; $E_2 = 7,6 \cdot 10^8 \text{ N/C}$;
 $E_R = 1,8 \cdot 10^9 \text{ N/C}$

Ponto B: $E_1 = 9 \cdot 10^7 \text{ N/C}$; $E_2 = 9 \cdot 10^7 \text{ N/C}$;
 $E_R = 0 \text{ N/C}$



39. a) $U_A = \frac{k \cdot Q}{d_A} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5}{3 \cdot 10^{-2}} = 1,5 \cdot 10^8 \text{ V}$

$U_B = \frac{k \cdot Q}{d_B} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5}{8 \cdot 10^{-2}} = 5,625 \cdot 10^7 \text{ V}$

b) $U_A = 1,5 \cdot 10^8 \text{ V}$ $U_B = 5,625 \cdot 10^7 \text{ V} = 56,25 \text{ V}$

c) $\frac{U_A}{U_B} = \frac{1,5 \cdot 10^8}{5,625 \cdot 10^7} = 2,67 \Rightarrow$ o potencial U_A é 2,67 vezes maior que U_B

40. a) $Q = \frac{U \cdot d}{k} = \frac{5 \cdot 40^4 \cdot 0,45}{9 \cdot 10^9} = 2,7 \cdot 10^{-9} \text{ C}$

b) $E_p = \frac{k \cdot Q \cdot q}{d} = \frac{2,7 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 10^{-6}}{0,45} = 6 \cdot 10^{-14} \text{ J}$

41. a) $U_B = \frac{k \cdot Q_B}{d} = 900 \text{ V}$ $U_C = \frac{k \cdot Q_C}{d} = -450 \text{ V}$

b) $U_P = U_B + U_C = 450 \text{ V}$

c) $3,6 \cdot 10^4 \text{ N/C}$

42. $7,2 \cdot 10^4 - 3,6 \cdot 10^4 = 3,6 \cdot 10^4 \text{ N/C}$

43. a) $U_A = E \cdot d_A$ $d_A = 1 \text{ cm}$
 $U_C = E \cdot d_C$ $d_C = 3 \text{ cm}$
 $U_D = E \cdot d_D$ $d_D = 2 \text{ cm}$

b) $U_A = U_E$; $U_B = U_D$; $U_C = U_F$;

c) Linhas com o mesmo potencial em todos os seus pontos.

d) $U_{AF} = U_A$; $-U_F$;

44. a) $F_R = F_{13} - F_{23}$

b) $E_R = E_1 + E_2 - E_3$

45. a) $F_{32} = 6,6 \cdot 10^{-6} \text{ N}$

$F_{42} = 2,45 \cdot 10^{-7} \text{ N}$

46. a) $U_A - U_C = 0$; porque A e C pertencem à mesma linha equipotencial, $U_A = U_C$.

b) $W_{AC} = 0$; porque $W_{AC} = q \cdot (U_A - U_C)$; e $U_A - U_C = 0$

c) $W_{BC1} = W_{BC2}$ (verdadeiro); porque o campo eléctrico uniforme é conservável e por isso, também é conservativo o trabalho realizado por esse campo.

$W_{BC1} = q \cdot (U_C - U_B)$ e $W_{BC2} = q \cdot (U_A - U_B)$ mas $U_A = U_C \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow W_{BC2} = q \cdot (U_C - U_B) = W_{BC1} = q \cdot (U_C - U_B)$.

Unidade 4 – Corrente Eléctrica

1. A

2. a) Reduz para metade.

b) A resistência varia na mesma proporção.

c) $R_1 = \frac{\rho \cdot \ell_1}{S_1}$ $R_2 = \frac{\rho \cdot \ell_2}{S_2} = \frac{\rho \cdot 2 \ell_1}{4 S_1} \Rightarrow R_2 = \frac{R_1}{2}$

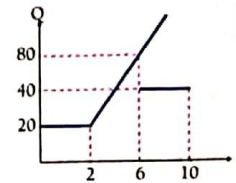
Reduz para metade.

3. a) $\Delta Q = \text{Área} \Rightarrow \Delta Q = \frac{B + b \cdot h}{2} = \frac{(10+4) \cdot 20}{2} = 140 \text{ C}$

b) $A_1 = 20 \text{ C}$

$A_2 = 80 \text{ C}$

$A_3 = 40 \text{ C}$



4. C

5. b) A e C: condutores óhmicos porque há uma relação de proporcionalidade directa entre a d.d.p. nos extremos dos condutores e a intensidade da corrente que os percorre.

B: condutor não óhmico.

c) $R = \frac{\Delta U}{I} = \frac{2}{20} = 0,1 \Omega$

6. a) $I_1 = 2 \cdot I_2$ b) $I_3 = I_4$ c) $I_7 = 2 \cdot I_{56}$

d) $I_5 = \frac{I_3}{3}$ e) $I_4 = I_1$

f) $U_1 = U_2$ g) $U_7 > I_5$

h) $U_3 = \frac{U_4}{4}$ i) $V_{AE} > U_{CD}$

7. a) $I_7 = 2 \cdot I_6$ b) $U_{CD} = U_3 + U_4$ $U_{CD} = \frac{U_4}{4} + U_4$

$U_{CD} = U_3 + 3 \cdot U_3$ $U_{CD} = \frac{5}{4} U_4$

$U_{CD} = 4 \cdot U_3$

8. $R_t = 2 + 1 + 4 + 6 = 13 \Omega$

$U_t = R_t \cdot I_t = 13 \cdot 6 = 78 \text{ V}$

$U_{BC} = R_{BC} \cdot I_t = 2 \cdot 6 = 12 \text{ V}$

$U_{CD} = R_{CD} \cdot I_t = 5 \cdot 6 = 30 \text{ V}$

$U_4 = R_U \cdot I_t = 4 \cdot 6 = 24 \text{ V}$

$I_1 = 4 \text{ A}$

$I_2 = 2 \text{ A}$

$U_t = 78 \text{ V}$

$\frac{U_{BC}}{U_{AE}} = \frac{12}{78}$

$\frac{I_1}{I_2} = \frac{4}{2} = 2$

$\frac{U_{CD}}{U_U} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4}$

9. a) Contrário ao movimento dos electrões.

b) Sentido real: do movimento dos electrões.

Sentido convencional: oposto ao do movimento dos electrões.

c) 64 C

d) $I = 1,6 \text{ A}$ e) $I = 3,2 \text{ A}$

10. I. $R_t = 7,4 \Omega$ II. $R_t = 4,8 \Omega$ III. $R_t = 5 \Omega$
 IV. $R_t = 1,67 \Omega$ V. $R_t = 30 \Omega$ VI. $R_t = 1,15 \Omega$

11. Para (1) a) $R_t = 6 \Omega$ b) $I_t = 4 A$

c) $I_1 = 4 A; I_2 = I_3 = \frac{4}{3} A; I_4 = \frac{8}{3} A$

d) $U_1 = 16 V; U_2 = \frac{8}{3} V; U_3 = \frac{16}{3} V; U_4 = 8$

e) $Q_1 = 40 C; Q_2 = Q_3 = \frac{40}{3} C; Q_4 = \frac{80}{3} C$

Para (2) a) $R_t = 6 \Omega$ b) $I_t = 4 A$

c) $I_1 = 4 A; I_2 = 1,33 A; I_3 = 0,44 A;$

$I_4 = 0,88 A; I_5 = 2,66 A$

d) $U_1 = 16 V; U_2 = 5,32 V; U_3 = U_4 = 2,66 V;$
 $U_5 = 8 V$

e) $Q_1 = 40 C; Q_2 = 13,3 C; Q_3 = 4,4 C; Q_4 = 8,8 C;$
 $Q_5 = 26,6 C$

Para (3) a) $R_t = 10 \Omega$ b) $I_t = 20 A$

c) $I_4 = 0; I_1 = I_2 = I_3 = I_5 = 10 A$

d) $U_4 = 0; U_1 = U_2 = U_3 = U_5 = 100 V$

e) $Q_4 = 0; Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_5 = 100$

Para (4) a) $R_t = 7,5 \Omega$ b) $I_t = 12 A$

c) $I_1 = 9 A; I_2 = 3 A; I_3 = 6 A; I_4 = 1 A; I_5 = 2 A;$
 $I_6 = 3 A$

d) $U_1 = 36 V; U_2 = 48 V; U_3 = 54 V; U_4 = U_5 = 6 V;$
 $U_6 = 90 V$

e) $Q_1 = 90 C; Q_2 = 30 C; Q_3 = 60 C; Q_4 = 10 C$
 $Q_5 = 20 C; Q_6 = 30 C$

12. a) $\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_1 - R_2} \Rightarrow U = 15 V$ b) $U_2 = 10 V$

13. a) $\frac{U_1}{U_1 + U_2} = \frac{R_1}{R_t} \Rightarrow R_1 = 6,25 \Omega$

b) $R_2 = 18,75 \Omega$

14. a) $\frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow I_1 = 3 A$ b) $I_1 = 4 A$

15. a) $\frac{I_1}{I_1 + I_2} = \frac{R_1}{R_t}; R_t = \frac{2}{3} \Omega$ b) $R_2 = 1 \Omega$

16. $I_1 = I_2 = I_3 = 0,25 A$ $I_4 = I_1 + I_2 + I_3 = 0,75 A$

17. D.

18. Para (c) a) $I_1 = 7,27 A; I_2 = 4,84 A;$
 $I_3 = -2,42 A$

20. $\epsilon = 12 V; I = 1 A$

21. a) $I_1 = 1,4 A; I_2 = 0,21 A; I_3 = 1,21 A$
 b) $U_{XY} = 10 V$

22. a) $L = 40 m$ b) $L = 20 m$

23. $R_1 \approx 16,6 \Omega; R_2 \approx 12,5 \Omega$

24. a) $U = 4 V$ b) $r = 0,8 \Omega$

25. a) $U_x = 5 V; U_y = 0$ b) $U_x = 5,8 V; U_y = 3,2 V$

26. a) $I = 0,4 A; r = 1,2 \Omega$ b) $U = 9,6 V$

27. a) $\epsilon_A = 24 V; \epsilon_B = 12 V;$

b) $R_A = \frac{3}{8} \Omega; R_B = \frac{1}{3} \Omega$

c) $R_A = \frac{15}{24} \Omega; R_B = \frac{71}{3} \Omega$

d) $U_A = \frac{93}{4} V; U_B = \frac{71}{6} V$

Electromagnetismo

28. a) A e B - Norte b) C e D - Sul c) E - Norte
 F - Sul

29. a) Sim b) Não

30. Linhas de campo.

31. a) e b) Linhas de campo.

32. a) Magnete b) Magnetes

c) Uma corrente circular.

d) Uma corrente numa bobina.

e) Uma corrente rectilínea.

33. De cima para baixo.

34. Para (a) a) $B_{RN} = 0$ b) $F_{12} = 4 \times 10^{-5} N$

c) $F_M = 0$ d) $a = 0$ e) $B_{RA} = 5,14 \times 10^{-8} T$

Para (b) a) $B_{RM} = 10^{-7} T$ b) $F_{12} = 4 \times 10^{-5} N$

c) $F_M = 1,2 \times 10^{-3} N$ d) $a = 6 m/s^2$

e) $B_{RD} = B_{RE} = 486 \times 10^{-8} T$

35. $F_{AB} = 6 \times 10^{-7} N$

36. a) Para a direita b) $W = 8 \times 10^{-4}$

37. Atracção

38. a) Saindo do plano da folha.

b) $F_{12} = 1,25 \times 10^{-5} N$

39. a) $R_t = 6 \Omega$ b) $F_L = 1,6 N$ c) $U = 120 V$

41. b) $F_L = 1,6 \times 10^{-14} N$ c) Mostre que $R \sim m$

d) Mostre que T não depende de v



43. a) $F_L = 1,28 \times 10^{-24} \text{ N}$

b) Direcção: perpendicular ao plano definido por v ou B .

Sentido: dado pela regra da mão direita.

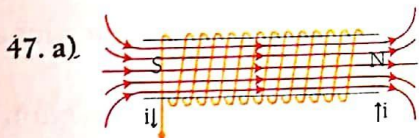
45. Repulsão.

46. a) O ponteiro do voltímetro move-se para a esquerda porque, ao se fechar o interruptor no circuito (1), um campo magnético variável (que aumenta de zero até um valor máximo) atravessa a bobina (2) provocando o surgimento de uma corrente induzida no segundo circuito. O ponteiro volta ao «zero», passado algum tempo, porque deixou de haver variação do fluxo magnético (este passou a ter um valor máximo constante).

b) Desligando-se o interruptor, o campo magnético vai variar em sentido contrário (diminuindo do valor máximo até ao zero), fazendo com que mude o sentido da corrente induzida.

c) Diminuindo gradualmente a resistência do circuito, prova-se um aumento da intensidade da corrente eléctrica e , consequentemente do campo magnético por ela produzido. A variação gradual do campo magnético induzirá uma corrente eléctrica no circuito (2) que será assinalada pelo ponteiro do voltímetro que se desviará para um dos lados.

d) O fluxo magnético através do circuito (2) vai diminuir, fazendo o ponteiro do voltímetro desviar-se em sentido oposto.



b) X – Pólo Norte Y – Pólo Sul

c) Se a corrente surgir em sentido oposto, inverte-se o sentido do campo magnético da bobina (e dos seus pólos). Isto significará que, ou o Pólo Norte (X) do íman está a sair da bobina ou o Pólo Sul (Y) do íman está a entrar na bobina.

48. a) C (+) D (-)

b) De C para D. A corrente induzida surge porque variou o fluxo magnético através da espira.

c) $\varepsilon = 0,32 \text{ V}$

d) $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{0,32 \text{ V}}{0,3 \Omega} = 1,07 \text{ A}$ e) $\omega = 0,17 \text{ J}$

50. a) Porque a variação da pressão sobre os grãos, provoca a variação da sua resistência e consequentemente da corrente que atravessa o circuito. A variação da corrente, irá provocar a variação do fluxo magnético.

b) Não. Porque não haverá variação da corrente e , consequentemente, o fluxo magnético também não irá variar.

c) Fazer variar gradualmente a pressão sobre os grãos de carvão, provocando o surgimento de um fluxo magnético variável.

53. a) $F = B \cdot I \cdot \ell \cdot \sin \alpha$

b) $F = B \cdot q \cdot v \cdot \sin \alpha$

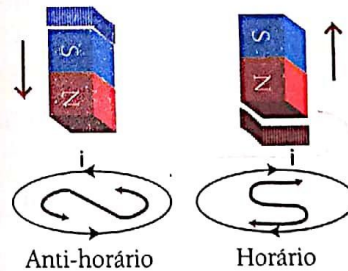
c) Paralela ao campo magnético.

54. e 55. a) $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \cdot r}$ b) $B = \frac{\mu_0 \cdot I}{2 \pi \cdot r}$

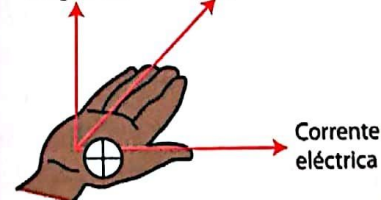
e aplicar a lei de Biot-Savart para campos magnéticos que se sobrepõem num ponto, isto é, se os campos tiverem o mesmo sentido, o campo resultante será a soma dos campos, se tiverem sentidos opostos, o campo resultante será a diferença dos campos (com sentido do campo maior); Se os campos forem perpendiculares, usa-se o Teorema de Pitágoras para determinar o módulo a direcção e o sentido do campo resultante.

56. $\omega = \Phi \cdot I \cdot \ell$

57.



58. a) Força magnética campo magnética



Nota: Como a carga é negativa, a força de Lorentz terá sentido oposto, isto é para baixo.

- Aido, A.; Ponte, M.; Martins, M.; Pereira, M.; Letão, M.; Carvalho, R. (1978). *Física para o Segundo Ano do Curso Complementar do Ensino Secundário*. Livraria Sá da Costa. Lisboa. 3.^a edição.
- Akril; Bennet and Miller (1979). *Practice in Physics*. Hodder and Stoughton. London.
- Autorenkollektive (1988). *Physiklehrbücher der DDR Klasse 6, 8, 9 und 10*. Volkseigener Verlag. Berlin.
- Biscuola, G. J.; Bôas, N. V. e Doca, R. H. (1993). *Tópicos de Física 3. Electricidade*. 9.^a Edição.
- Bonjoro, J. R. e Ramos, C. M. (1992). *Física 2. Termologia, Óptica Geométrica e Ondulatória*.
- Bonjorno, R. F. S. A.; Bonjorno, J. R.; Bonjorno, V.; Ramos, C. M. *Física 3*.
- Bôas, N.V.; Doca, R.H. e Biscuola, G.J. (1993). *Tópicos de Física 2. Termologia, Ondas e Óptica*. 10.^a Edição.
- Botton, N (1990). *Multiple Choice Questions for Advanced Level Physics*. Heinemann Educational Books Ltd. Oxford.
- Bukovtsev, B.; Klimontovitch, Iu.; Miaktchev, G. (1987). *Física 3*. Editora Mir. Moscovo.
- Burmeister, H. J. (1979) *Electrodynamik*: VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften. Berlin. (1984).
- Cossa, R. E. C. e Vilanculos, A. M. A. (1992). *Electrodinâmica*. Volume 1. Electrostática. Teoria e Exercícios Resolvidos. Editora COVIS Lda. Moçambique.
- Deeson, Eric (1984). *Diagnostic Testing in Advanced Physics*. Hodder and Stoughton Ltd. London.
- Duncan, Tom (1985). *Success in Physics*. John Murray (Publishes) Ltd. London.
- Duncan, T. (1987) *Advanced Physics*. Volume 1 and 2. John Murray (publishers) Ltd. London. Third Edition.
- Duncan, T. (1989). *Physics for Today and Tomorrow*. John Murray (publishers) London. Second Edition.
- Hanson, E.L. (1984). *Physics an Examination Course*. Halton Educational Publication Ltd. Great Britain.
- Jdanov, L. S.; Jdanov, G. L. (1985). *Física para o Ensino Técnico Especializado*. Editora Mir. Moscovo.
- Lambert. A. (1988). *Physic Questions for GCSE*. Blockie and Son Ltd. London.
- Lindner, Helmut (1965). *Physikalische Aufgaben*. VEB Fachbuchverlag. Leipzig.
- Luz, A. M. R.; Álvares, B.A. (1994). *Curso de Física*. Volume 3. 3.^a Edição.
- Matyka, H. (1987) *Concise Physics*. Edward Arnold (Publisher) Ltd. London.
- Nelkon, M. (1989). *Examples and Exercises for Advanced Level Physics*. Heinemann Educational Books. Oxford.
- Nelkon and Parker (1990). *Advanced Physics Level*. Heinemann Educational Books Ltd Oxford. Sixth Edition.
- Pauli, R. U.; Monad, F. C. e Simão, Cláudio (1980). *Física Básica 3. Ondas, Acústica e Óptica*.
- Renard, P.; Schmiedel, H. und Weissmantel, C. (1988). *Physik. Eine Überschaubare Darstellung dieser Fundamentaln Wissenschaft*. VEB Bibliografisches Institut - Leipzig.
- Riley, K.F (1982). *Problems for Physics Students*. Cambridge University Press. Cambridge.
- Sá, M. T. M. (1991). *Física 12.º Ano*. Texto Editores Lda. Lisboa.
- Sprockhoff, Georg (1986). *Physikalische Schulexperimente 7*. Auflage.
- Sprockhoff, G.; Wilke, Hans-Joachim (1988) *Physikalische Schulexperimente. Historische Experimente*. Volk und Wissen Vorseigener Verlag. Berlin. 1. Auflage.
- Teixeira, J. A. *Curso de Física para o 3.º Ciclo dos Liceus*. Tomo I. 6.º Ano.
- Tipler, Paul A. (1984). *Física 1b*. Segunda Edição.
- Yavorski, B. M.; Detlaf, A. A. (1984). *Prontuário de Física*. Editora Mir. Moscovo.



Anastácio Vilanculos

Natural de Maputo, é licenciado em Ensino de Física pela então Escola Superior Pedagógica de Dresden, na Alemanha.

Docente de Física no Ensino Secundário desde 1982, ministra aulas de Física através do canal televisivo TVM, no âmbito do Projecto Telescola em Moçambique.

Co-autor de outros livros escolares de Física e de materiais didácticos para o Ensino Secundário à distância.

Actualmente desempenha a função de Técnico Pedagógico no Ministério da Educação e Cultura (Direcção Nacional do Ensino Secundário Geral).



Rogério Cossa

Natural de Maputo, é licenciado em Ensino de Física pela então Escola Superior Pedagógica de Dresden, na Alemanha.

Foi professor de Física no Ensino Secundário e no Ensino Superior (Departamento de Ciências Básicas da Universidade Eduardo Mondlane e na Academia de Ciências Policiais).

Co-autor de outros livros escolares de Física e de materiais didácticos para o Ensino Secundário à distância.

Actualmente é Técnico Pedagógico no Ministério da Educação (Direcção Nacional do Ensino Secundário Geral), desempenhando a função de chefe do Departamento de Orientação Pedagógica.



HINO NACIONAL

Pátria Amada

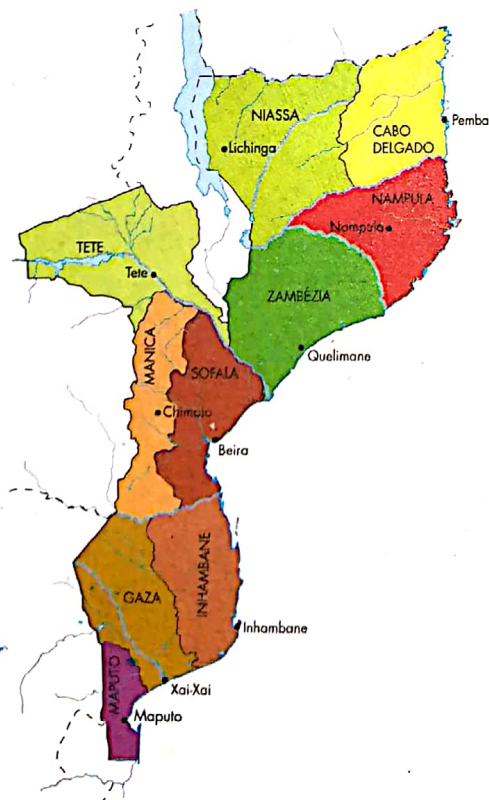
Na memória de África e do Mundo
Pátria bela dos que ousaram lutar
Moçambique o teu nome é liberdade
O sol de Junho para sempre brilhará.

Coro

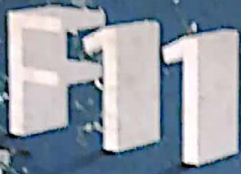
Moçambique nossa terra gloriosa
Pedra a pedra construindo o novo dia
Milhões de braços, uma só força
Ó pátria amada vamos vencer.

Povo unido do Rovuma ao Maputo
Colhe os frutos do combate pela Paz
Cresce o sonho ondulado na Bandeira
E vai lavrando na certeza do amanhã.

Flores brotando do chão do teu suor
Pelos montes, pelos rios, pelo mar
Nós juramos por ti, ó Moçambique
Nenhum tirano nos irá escravizar.



Programa Actualizado



Física 11.ª Classe

Já à venda!

Biologia 11

DGD 11

Educação Visual 11

Física 11

Filosofia 11

Geografia 11

História 11

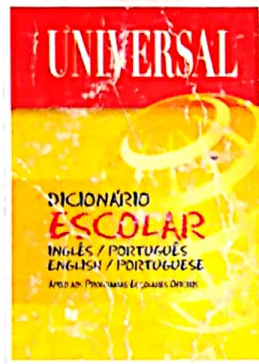
Inglês 11

Matemática 11

Português 11

Química 11

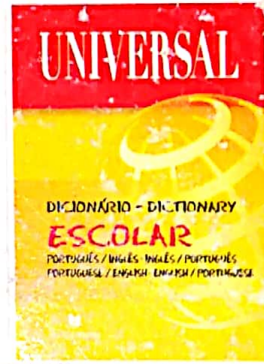
Publicações de referência para apoio ao ensino



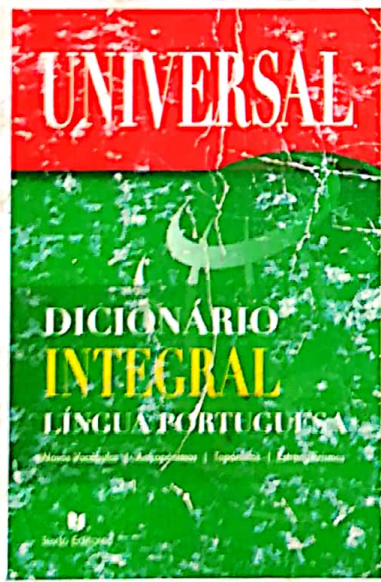
978-902-47-3109-1



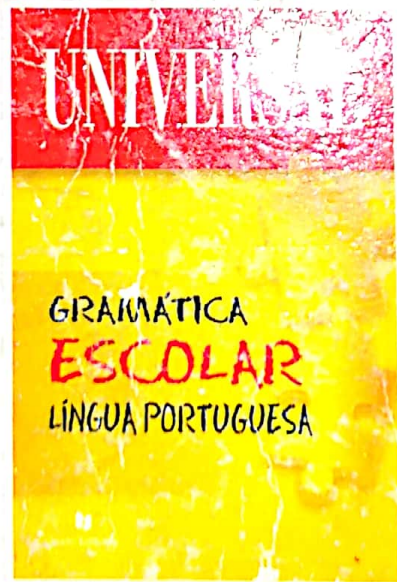
978-902-47-3118-3



978-902-47-3110-7



978-902-47-3105-3



978-902-47-3203-6



978-902-47-3133-6



Texto Editores

E-mail: info@te.com.tz

978 902 47 5444 1



9 789024 754441